



完全順列に関する確率の問題

共通テスト

第3問

複数人がそれぞれプレゼントを一つずつ持ち寄り、交換会を開く。ただし、プレゼントはすべて異なるとする。プレゼントの交換は次の手順で行う。

手順

外見が同じ袋を人数分用意し、各袋にプレゼントを一つずつ入れたうえで、各参加者に袋を一つずつでたために配る。各参加者は配られた袋の中のプレゼントを受け取る。

交換の結果、1人でも自分の持参したプレゼントを受け取った場合は、交換をやり直す。そして、全員が自分以外の人の持参したプレゼントを受け取ったところで交換会を終了する。

略

(2) 4人で交換会を開く場合、1回目の交換で交換会が終了する確率を次の構想に基づいて求めてみよう。

構想

1回目の交換で交換会が終了しないプレゼントの受け取り方の総数を求める。そのために、自分の持参したプレゼントを受け取る人数によって場合分けをする。

1回目の交換で、4人のうち、ちょうど1人が自分の持参したプレゼントを受け取る場合は「サ」通りあり、ちょうど2人が自分のプレゼントを受け取る場合は「シ」通りある。このように考えていくと、1回目のプレゼントの受け取り方のうち、1回目の交換で交換会が終了しない受け取り方の総数は「スセ」である。

したがって、1回目の交換で交換会が終了する確率は $\frac{\text{ソ}}{\text{タ}}$ である。

河合塾

大学受験科 完成シリーズ
第4回共通テストマスタドリル 第3問

太郎：4人全員のことを考えると、みんながそれぞれ自分の用意したプレゼントに当たらない確率はどれくらいだろうか？ 自分自身が用意したプレゼントを受け取る人がいない状況を“ハッピーな状況”とよぶことにしよう。
花子：いきなり4人の場合を考えるのは難しそうだから、人数を減らして考えてみよう。
健太：そもそも2人しかいない場合でまずは考えよう。これは簡単だよ。2人の場合、その2人が太郎さんと明子さんだとして、“ハッピーな状況”について考えると、太郎さんは太郎さんが用意したプレゼントを受け取らなければ、自動的に明子さんが太郎さんのプレゼントを受け取ることになるよ。

(2) 2人の場合、“ハッピーな状況”になる確率は $\frac{\text{オ}}{\text{カ}}$ である。

略

太郎：「コ」のように、 $3 \times \text{キ}$ 通りのうちに数えられていないようなパターンは何パターンあるのかな？
健太：「コ」は、花子さん以外の3人のうち、互いに交換した形になっている2人がいるよ。

(5) 4人の場合、“ハッピーな状況”となるような方法の総数は「サ」通りであり、その確率は $\frac{\text{シ}}{\text{ス}}$ である。

河合塾、共通テストとも、プレゼントを交換する方法に関する確率の問題を出題。共通テストでは「4人」の場合で、河合塾では「2人、3人、4人」の場合でプレゼントを交換する場合の確率を扱っており、さらに全員が自分以外の人の持参したプレゼントを受け取ったところで終了（河合塾共通テストマスタドリルでは“ハッピーな状況”と表現）であるという問題設定も、同じ内容である。