〔１〕　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{11}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

２つの放物線

$$C_1 : y = 2x^2, \quad C_2 : y = 2x^2 - 8x + 16$$

の両方に接する直線を ℓ とする。以下の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ の方程式を求めよ。

(2) ２つの放物線 C_1，C_2 と直線 ℓ で囲まれた図形の面積を求めよ。

〔 2 〕　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{12}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

座標平面上の原点 O$(0,0)$，点 A$(2,1)$ を考える。点 B は第 1 象限にあり，$|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=\sqrt{10}$，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} \perp \overrightarrow{\mathrm{AB}}$ をみたすとする。以下の問いに答えよ。

(1) 点 B の座標を求めよ。

(2) s，t を正の実数とし，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ をみたす点 C を考える。三角形 OAC と三角形 OBC の面積が等しく，$|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|=4$ が成り立つとき，s，t の値を求めよ。

〔 3 〕 (配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{13}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

以下の問いに答えよ。

(1) 自然数 a，b が $a < b$ をみたすとき，$\dfrac{b!}{a!} \geqq b$ が成り立つことを示せ。

(2) $2 \cdot a! = b!$ をみたす自然数の組 (a, b) をすべて求めよ。

(3) $a! + b! = 2 \cdot c!$ をみたす自然数の組 (a, b, c) をすべて求めよ。

〔 4 〕　(配点 50 点)

この問題の解答は，解答紙 $\boxed{\mathbf{14}}$ の定められた場所に記入しなさい。

［問題］

n を 3 以上の整数とする。座標平面上の点のうち， x 座標と y 座標がともに 1 以上 n 以下の整数であるものを考える。これら n^2 個の点のうち 3 点以上を通る直線の個数を $L(n)$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) $L(3)$ を求めよ。

(2) $L(4)$ を求めよ。

(3) $L(5)$ を求めよ。