〔1〕 A，B，C，D，Eの5人が，それぞれゲーム α とゲーム β の2種類のゲームを行った。ゲーム α の得点を x，ゲーム β の得点を y で表す。下の表はそれぞれのゲームにおける得点である。ただし，a，b は整数である。なお，得点が負になることもあり得る。

	A	B	C	D	E
得点 x	7	6	8	a	4
得点 y	0	-4	-1	2	b

ゲーム α の得点 x の平均値は7であるとし，ゲーム β の得点 y の平均値を m とする。次の問いに答えよ。

(1) a の値を求めよ。

(2) p，q は実数で，$p \neq 0$ とする。ゲーム β の得点 y を $z = py + q$ により変換し，新たな変量 z を作成する。z の分散を s_z^2，二つの変量 x，z の共分散を s_{xz} とする。このとき，s_z^2 と s_{xz} を p，q，m のうちの必要なものを用いて表せ。ただし，変量 x と z の共分散は x の偏差と z の偏差の積の平均値である。

(3) 変量 x と(2)で作った変量 z の相関係数が $\dfrac{3}{4}$ であるとき，m と b の値を求めよ。また，p が正であるか負であるかを答えよ。

〔 2 〕 実数 t および $0 < a < b$ を満たす実数 a，b に対し，

$$f(t) = \int_a^b (x - at)(x - bt)\,dx$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) $f(0)$ を a と b を用いて表せ。

(2) $14f(1) + f(0) = 0$ が成り立つとする。このとき，$\dfrac{b}{a}$ の値を求めよ。

(3) $14f(1) + f(0) = 0$ が成り立つとする。t の関数 $y = f(t) - f(0)$ の最小値が -6 となるとき，a の値を求めよ。

〔 3 〕　座標空間内の 4 点 O$(0,0,0)$，A$(1,1,0)$，B$(0,1,1)$，C$(1,2,-1)$ に対し，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおく。次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{a}\cdot\vec{c}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}$ の値を求めよ。

(2) 点 O，A，B を通る平面を α とする。点 C から平面 α に下ろした垂線と平面 α の交点を M とする。点 M の座標を求めよ。

(3) 点 M を (2) で定めた点とする。点 D を直線 CM 上の点であって

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right|=\left|\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right|$$

となるものとする。ただし，点 D は点 C とは異なる点である。このとき，点 D の座標を求めよ。

(4) 点 D を (3) で定めた点とする。三角形 CAD の面積 S を求めよ。

〔 4 〕 a と r を正の実数とする。座標平面上の放物線 $y=x^2$ と，中心 $(0,a)$，半径 r の円 C を考える。次の問いに答えよ。

(1) $a=r$ とする。このとき，放物線 $y=x^2$ と円 C との共有点が一つのみになるような r の値の範囲を求めよ。

(2) 円 C が不等式 $y>0$ の表す領域に含まれるための必要十分条件を a と r を用いて表せ。

(3) a と r は (2) で求めた条件を満たすとする。このとき，放物線 $y=x^2$ と円 C との共有点がちょうど二つになるような (r,a) の範囲を ra 平面に図示せよ。

(4) 正の実数 s に対し，中心 $(0,a+r+s)$，半径 s の円を C' とする。円 C と円 C' は次の条件 (i) と (ii) を満たすとする。

(i) 円 C は不等式 $y>0$ の表す領域に含まれ，さらに放物線 $y=x^2$ と円 C との共有点はちょうど二つである。

(ii) 放物線 $y=x^2$ と円 C' との共有点はちょうど二つである。

このとき，s を r を用いて表せ。