物理（マーク解答問題）

〔Ⅰ〕 以下の空欄にあてはまるものを各解答群から選び，マーク解答用紙の該当欄にマークせよ。

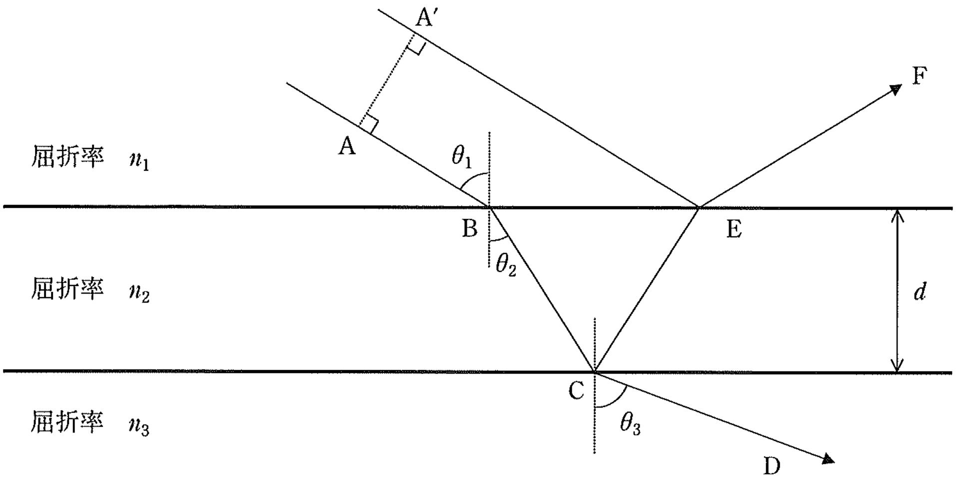

図1

図1のように，屈折率 n_2 で一様な厚さ d の薄膜が，それぞれ屈折率 n_1，n_3 の媒質に挟まれている。真空中における波長 λ の光が，屈折率 n_1 の媒質の遠方から，入射角 θ_1 で薄膜の上面に入射している。ただし，入射光は平面波であり，その波面は線分 AA′ と平行である。

まず，薄膜の上面で屈折し，さらに薄膜の底面で屈折する光（経路 ABCD）を考える。点 A を通った光は点 B において屈折角 θ_2 で屈折し，さらに点 C において屈折角 θ_3 で屈折しているとする。このとき，$\sin\theta_2 =$ $\boxed{(1)}$，$\sin\theta_3 =$ $\boxed{(2)}$ である。

(1)の解答群

a．$n_1 \sin\theta_1$　b．$n_2 \sin\theta_1$　c．$\dfrac{1}{n_1}\sin\theta_1$　d．$\dfrac{1}{n_2}\sin\theta_1$

e．$\dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta_1$　f．$\dfrac{n_2}{n_1}\sin\theta_1$　g．$n_1 n_2 \sin\theta_1$　h．$\dfrac{1}{n_1 n_2}\sin\theta_1$

(2)の解答群

a．$n_2 \sin\theta_1$　b．$n_3 \sin\theta_1$　c．$\dfrac{n_1}{n_2}\sin\theta_1$　d．$\dfrac{n_2}{n_1}\sin\theta_1$

e．$\dfrac{n_1}{n_3}\sin\theta_1$　f．$\dfrac{n_3}{n_1}\sin\theta_1$　g．$\dfrac{n_2}{n_3}\sin\theta_1$　h．$\dfrac{n_3}{n_2}\sin\theta_1$

次に，薄膜の上面で屈折し，さらに薄膜の底面で全反射する光を考える。$n_1 = 2$，$n_2 = \sqrt{2}$，$n_3 = 1$ のとき，入射角 θ_1 の範囲は $\boxed{(3)}$ で与えられる。

(3)の解答群

a．$0° \leqq \theta_1 < 30°$　b．$0° \leqq \theta_1 < 45°$　c．$30° \leqq \theta_1 < 45°$　d．$30° \leqq \theta_1 < 60°$

e．$30° \leqq \theta_1 < 90°$　f．$45° \leqq \theta_1 < 60°$　g．$45° \leqq \theta_1 < 90°$　h．$0° \leqq \theta_1 < 90°$

さらに，薄膜の底面で反射した光（経路 ABCEF）と薄膜の上面で反射した光（経路 A′EF）の干渉について考える。$n_1 < n_2 < n_3$ のとき，これらの光が弱め合いの干渉を起こす条件は $\boxed{(4)}$ で与えられる。ただし，m は負でない整数である。

(4)の解答群

a．$d\sin\theta_2 = m\dfrac{\lambda}{n_2}$　　b．$d\sin\theta_2 = \dfrac{m}{2}\dfrac{\lambda}{n_2}$　　c．$d\sin\theta_2 = \dfrac{2m+1}{2}\dfrac{\lambda}{n_2}$

d．$d\sin\theta_2 = \dfrac{2m+1}{4}\dfrac{\lambda}{n_2}$　　e．$d\cos\theta_2 = m\dfrac{\lambda}{n_2}$　　f．$d\cos\theta_2 = \dfrac{m}{2}\dfrac{\lambda}{n_2}$

g．$d\cos\theta_2 = \dfrac{2m+1}{2}\dfrac{\lambda}{n_2}$　　h．$d\cos\theta_2 = \dfrac{2m+1}{4}\dfrac{\lambda}{n_2}$

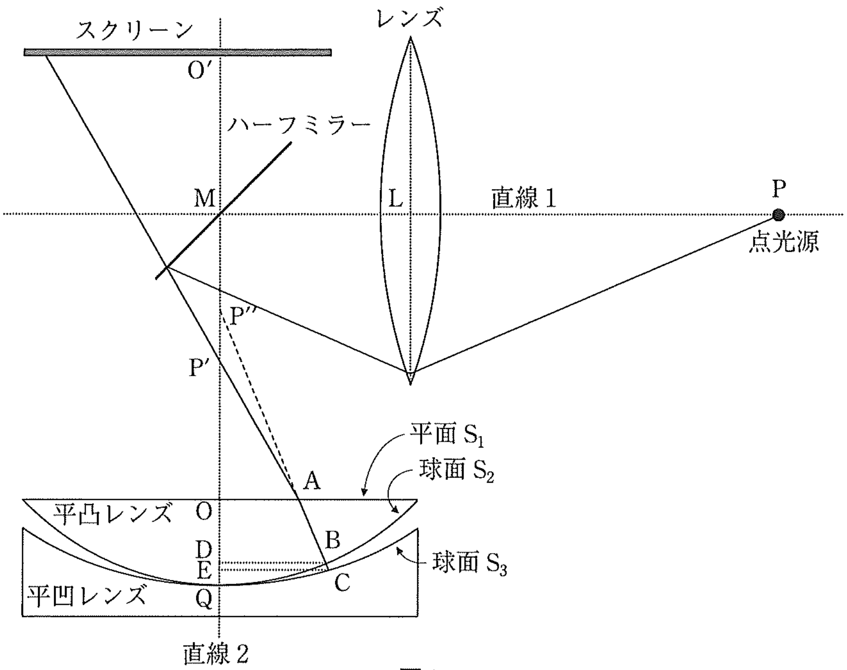

図 2

図 2 のように，直線 1 を光軸とする焦点距離 f（$f>0$）のレンズが空気中にある。直線 1 上の，レンズの中心 L からレンズの焦点より遠い位置にある点 P に，波長 λ の点光源を置く。点光源からさまざまな方向に出る光線のうち，光軸と小さな角をなす 1 本の光線を考える。この光線はレンズによって屈折し，直線 1 上の点 M に置かれたハーフミラー（光の一部を透過させ，一部を反射する鏡）で反射している。ハーフミラーに対して直線 1 と対称な直線を直線 2 とする。ハーフミラーの下には，直線 2 を光軸として平凸レンズと平凹レンズが重ねられている。平凸レンズの上の面は平面 S_1 であり，直線 2 と点 O で交わる。平凸レンズの下の面は半径 R の球面 S_2，平凹レンズの上の面は半径 $R+\Delta R$ の球面 S_3 であり，S_2 と S_3 は直線 2 上の点 Q で接している。ただし，空気の屈折率を 1 とし，レンズはいずれも屈折率 n（$n>1$）のガラスでできているとする。また，ΔR は正で，R に比べて十分小さいとする。

ハーフミラーで反射した光線は，MO 間の点 P′ で直線 2 と交わる。$\overline{\mathrm{LM}}=l_1$，$\overline{\mathrm{MO}}=l_2$，$\overline{\mathrm{P'O}}=h$ とおくと，$\overline{\mathrm{PL}}=$ $\boxed{(5)}$ である。

(5)の解答群

a．l_1+l_2+h-f　　b．l_1+l_2-h-f　　c．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{f}+\dfrac{1}{l_1+l_2+h}}$　　d．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{f}-\dfrac{1}{l_1+l_2+h}}$

e．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{f}+\dfrac{1}{l_1+l_2-h}}$　　f．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{f}-\dfrac{1}{l_1+l_2-h}}$　　g．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{l_1+l_2+h}-\dfrac{1}{f}}$　　h．$\dfrac{1}{\dfrac{1}{l_1+l_2-h}-\dfrac{1}{f}}$

上述の光線は平凸レンズの S_1 上の点 A で屈折し，点 B で S_2 に垂直に入射している。点 B から直線 2 に下ろした垂線の足を D とする。ここで，点 A における光線の入射角，屈折角はいずれも小さく，これらの角を φ としたとき，$\sin\varphi \fallingdotseq \tan\varphi \fallingdotseq \varphi$ と近似できるものとする。

直線 AB と直線 2 との交点を P″ とすると，$\overline{\mathrm{OP''}}=$ $\boxed{(6)}$ である。また，$\overline{\mathrm{OA}}=r$，$\overline{\mathrm{BD}}=r'$ とおくと，$r'=$ $\boxed{(7)}$ である。

(6)の解答群

a．nh　　b．$(n+1)h$　　c．$(n-1)h$　　d．$\sqrt{n}h$

e．n^2h　　f．$\dfrac{h}{n-1}$　　g．$\dfrac{(n+1)h}{n}$　　h．$\dfrac{nh}{n-1}$

(7)の解答群

a．nr　　b．$\dfrac{r}{n}$　　c．$\dfrac{nRr}{h}$　　d．$\dfrac{nhr}{R}$

e．$\dfrac{nhR}{r}$　　f．$\dfrac{Rr}{nh}$　　g．$\dfrac{hr}{nR}$　　h．$\dfrac{hR}{nr}$

一般に，絶対値が1より十分小さい実数xに対して，近似式

$$(1+x)^a \fallingdotseq 1+ax \qquad (*)$$

が成り立つ（aは任意の実数)。

$\overline{\mathrm{DQ}}=d_1$とおく。△P″DBに関して三平方の定理を考え，$d_1$は$R$に比べて十分小さいとして近似式（＊）を用いると，$d_1=$ (8) である。

(8)の解答群

a．$\dfrac{r'^2}{R}$　b．$\dfrac{r'^2}{2R}$　c．$\dfrac{2r'^2}{R}$　d．$\dfrac{4r'^2}{R}$

e．$\dfrac{R^2}{r'}$　f．$\dfrac{R^2}{2r'}$　g．$\dfrac{2R^2}{r'}$　h．$\dfrac{4R^2}{r'}$

点Bにおいて球面S_2を透過した光線は，球面S_3上の点Cにおいて反射している。点Cから直線2に下ろした垂線の足をEとする。ここで，光線と直線2のなす角は十分小さく，$\overline{\mathrm{CE}} \fallingdotseq \overline{\mathrm{BD}}$と近似できるものとする。

$\overline{\mathrm{EQ}}=d_2$とおく。球面$S_3$の中心をP‴とおいて△P‴ECに関して三平方の定理を考え，d_2は$R+\Delta R$に比べて十分小さいとして近似式（＊）を用いると，$d_2=$ (9) である。

(9)の解答群

a．$\dfrac{r'^2}{R+\Delta R}$　b．$\dfrac{r'^2}{2(R+\Delta R)}$　c．$\dfrac{2r'^2}{R+\Delta R}$　d．$\dfrac{4r'^2}{R+\Delta R}$

e．$\dfrac{(R+\Delta R)^2}{r'}$　f．$\dfrac{(R+\Delta R)^2}{2r'}$　g．$\dfrac{2(R+\Delta R)^2}{r'}$　h．$\dfrac{4(R+\Delta R)^2}{r'}$

ここで，ΔRはRに比べて十分小さいことから，近似式（＊）を用いてd_2をさらに近似すると，

$\overline{\mathrm{DE}}=d_1-d_2=$ (10) となる。

(10)の解答群

a．$\dfrac{nr}{h}\Delta R$　b．$\dfrac{r}{nh}\Delta R$　c．$\left(\dfrac{nr}{h}\right)^2\Delta R$　d．$\left(\dfrac{r}{nh}\right)^2\Delta R$

e．$\left(\dfrac{nr}{h}\right)^2\dfrac{\Delta R}{2}$　f．$\left(\dfrac{r}{nh}\right)^2\dfrac{\Delta R}{2}$　g．$\sqrt{\dfrac{nr}{h}}\,\Delta R$　h．$\sqrt{\dfrac{r}{nh}}\,\Delta R$

上記の光線は点Bで球面S_2に垂直に反射しているが，点Cにおいても球面S_3に垂直に反射しているとみなし，点Bで反射した光（経路ABA）と点Cで反射した光（経路ABCBA）の干渉について考える。$\overline{\mathrm{BC}} \fallingdotseq \overline{\mathrm{DE}}$と近似できるものとすると，これらの光が弱め合いの干渉を起こす条件は，$r=$ (11) で与えられる。ただし，mは負でない整数である。

(11)の解答群

a．$nh\sqrt{\dfrac{m\lambda}{\Delta R}}$　b．$nh\sqrt{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}}$　c．$nh\left(\dfrac{m\lambda}{\Delta R}\right)^2$　d．$nh\left\{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}\right\}^2$

e．$\dfrac{h}{n}\sqrt{\dfrac{m\lambda}{\Delta R}}$　f．$\dfrac{h}{n}\sqrt{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}}$　g．$\dfrac{h}{n}\left(\dfrac{m\lambda}{\Delta R}\right)^2$　h．$\dfrac{h}{n}\left\{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}\right\}^2$

点Mから直線2に沿って高さl_3の位置に，直線2に垂直にスクリーンを置く。上述の光線は，ハーフミラーを透過してスクリーンに到達する。点光源から様々な方向に出た光線を考えると，スクリーン上には同心円状の干渉縞が観察されることがわかる。ここで，中心O′からm番目の暗い輪の半径は (12) である。ただし，中心を含む領域が暗い場合は，これを0番目と数える。

(12)の解答群

a．$n(l_1+l_2-h)\sqrt{\dfrac{m\lambda}{\Delta R}}$　b．$n(l_1+l_2-h)\sqrt{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}}$　c．$n(l_1+l_2-h)\left(\dfrac{m\lambda}{\Delta R}\right)^2$

d．$n(l_1+l_2-h)\left\{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}\right\}^2$　e．$n(l_2+l_3-h)\sqrt{\dfrac{m\lambda}{\Delta R}}$　f．$n(l_2+l_3-h)\sqrt{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}}$

g．$n(l_2+l_3-h)\left(\dfrac{m\lambda}{\Delta R}\right)^2$　h．$n(l_2+l_3-h)\left\{\dfrac{(2m+1)\lambda}{2\Delta R}\right\}^2$

物理（記述解答問題）

〔Ⅱ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

惑星X(質量 M, 半径 R)に宇宙船を送って探査することを考えよう。簡単のため，宇宙船は十分に小さいとし，質点とみなす。また，惑星Xは一様な球とみなし，その大気や自転の影響は考えない。万有引力定数を G とする。

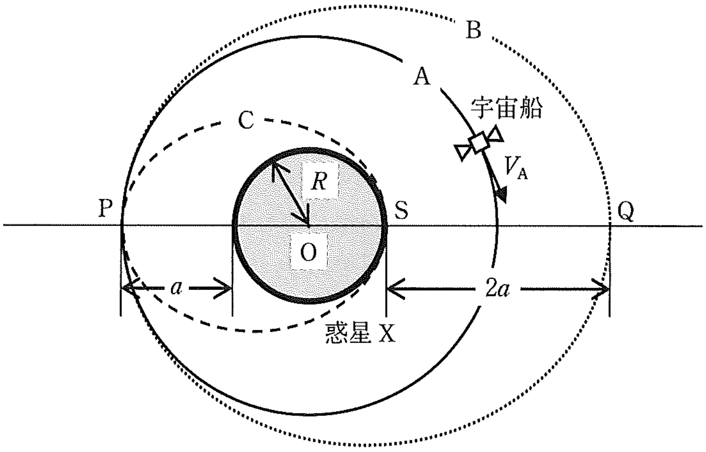

図1

まず，**図1**に示すように，惑星Xの表面から一定の高度 a を保つ円軌道Aの上を，宇宙船が一定の速さ V_A で等速円運動をしている場合を考える。

問1 宇宙船の速さ V_A を求めよ。

問2 宇宙船の運動エネルギーを K_A，位置エネルギーを U_A，力学的エネルギーを E_A とするとき，U_A と E_A はそれぞれ K_A の何倍か，符号を含めて求めよ。ただし，惑星Xから無限遠方を位置エネルギー U_A の基準とする。

問3 ケプラーの第3法則により，円軌道Aの半径 $R+a$ の3乗と，その軌道上の等速円運動の周期 T_A の2乗は比例する。つまり，$T_A{}^2 = k(R+a)^3$ が成り立つ。このときの比例係数 k を求めよ。

ここで，宇宙船の軌道が**図1**に示す点P(高度 a)と点Q(高度 $2a$)を通る楕円軌道Bの場合を考える。ただし，点P，点Qおよび惑星Xの中心Oは楕円軌道Bの長軸上にある。

問4 ケプラーの第2法則により，宇宙船の位置と惑星Xの中心Oを結ぶ線分が単位時間に通過する面積は一定である。点Pにおける宇宙船の速さ V_P は，円軌道Aのときの宇宙船の速さ V_A の何倍か求めよ。

問5 楕円軌道Bのときの宇宙船の力学的エネルギー E_B と，円軌道Aのときの宇宙船の力学的エネルギー E_A との差を，$\Delta E = E_B - E_A$ とする。ΔE は円軌道Aのときの宇宙船の運動エネルギー K_A の何倍か，符号を含めて求めよ。

次に，**図1**の点 P で OP に垂直な方向に探査機を宇宙船から放した。その探査機は，**図1**に示すように，点 P と点 S を端点とし点 O を通る線分を長軸とする楕円軌道 C を通った。ただし，点 S は惑星 X の表面にあり，探査機は質点とみなす。

問6　**問3**のケプラーの第3法則は，同じ比例係数 k のままで，楕円軌道 C にも成り立つ。探査機が点 P で放出されてから初めて点 S に至るまでの時間 T を求めよ。

さて，惑星 X の表面上における，**図2**の装置を用いたばね振り子の実験を考えよう。真空容器内に自然長 x_0 の軽いばねが鉛直につり下げられ，その先端にはおもりが取り付けられている。この装置には，ばねの長さを自然長に固定する止め具が装備されており，それを静かに外すとおもりは単振動を始めた。おもりやばねが容器の壁面や下面と接触することはないとする。以降，惑星 X の質量と半径は，地球と比べてそれぞれ α 倍，β 倍であるとする。

問7　惑星 X 表面付近での重力加速度は，地球表面付近での重力加速度の何倍か求めよ。

問8　おもりの速さが最大となるときのばねの長さを $x_0 + \Delta x$ とする。惑星 X 上での Δx は，同じ装置を用いて地球上で実験したときと比べて何倍か求めよ。

問9　惑星 X 上におけるこの単振動の周期は，地球上で実験したときと比べて何倍か求めよ。

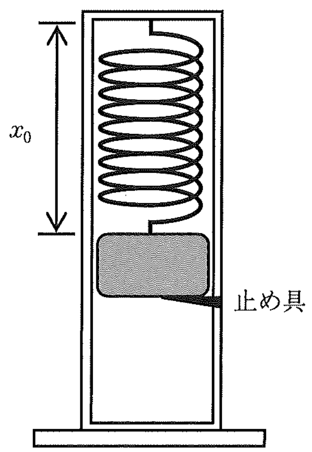

図2

物理（記述解答問題）

〔Ⅲ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

図1のように，面積 S の平坦な極板A，Bを間隔 d で並べた平行板コンデンサー，電圧 V の直流電源，電気抵抗 R の抵抗器，スイッチからなる回路を考える。抵抗器以外の部分の電気抵抗は無視できるものとする。回路は空気中にあり，真空の誘電率を ε_0，空気の比誘電率を1とする。平行板コンデンサーの極板間の電場は極板に垂直であり，極板の端の効果は無視できるものとする。

問1　**図1**でスイッチを閉じて十分に時間が経過したときの極板Aに蓄えられている電気量を，d，S，V，ε_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問2　**問1**のスイッチを閉じた状況で，**図2**のように，面積 S で厚さ $d/3$ の帯電していない金属板Cを極板AとBの中央に挿入した。金属板Cは極板からはみ出しておらず，その両面は極板と平行である。挿入して十分に時間が経過したときの極板Aに蓄えられている電気量を，d，S，V，ε_0 のうち必要なものを用いて表せ。

問3　**問2**の状況で金属板Cに電気量 Q を与えた。十分に時間が経過したときの極板Aに蓄えられている電気量を，d，S，V，ε_0，Q のうち必要なものを用いて表せ。

問4　**問3**の状況でスイッチを開き，**図3**のように直流電源を逆向きに接続した。再びスイッチを閉じた直後に抵抗器に流れる電流の大きさを，d，S，V，ε_0，R のうち必要なものを用いて表せ。

問5　**問4**のスイッチを閉じた状況で金属板Cを取り除き，面積 S で厚さ $d/3$ の帯電していない平板型の誘電体Dを極板AとBの中央に挿入した。誘電体Dは極板からはみ出しておらず，その両面は極板と平行である。誘電体Dの比誘電率を $\varepsilon_r(\varepsilon_r > 1)$ として，挿入して十分に時間が経過したときの極板Aに蓄えられている電気量を，d，S，V，ε_0，ε_r のうち必要なものを用いて表せ。

図1でスイッチを閉じて十分に時間が経過した後にスイッチを開き，電源と抵抗器を取り外して**図4**のように自己インダクタンス L のコイルを接続した。再びスイッチを閉じたところ，極板Aに蓄えられた電気量が振動した。

問6　**図4**の矢印の向きをコイルに流れる電流 I の正の向きとして，スイッチを閉じた直後の I の時間変化率の正負を答えよ。また，時間変化率の大きさを，d，S，V，ε_0，L のうち必要なものを用いて表せ。

問7　極板Aに蓄えられた電気量の振動の周期を，d，S，V，ε_0，L のうち必要なものを用いて表せ。

図1でスイッチを閉じて十分に時間が経過した後にスイッチを開き，電源と抵抗器を取り外して**図5**のように自己インダクタンス L のコイルを接続し，面積 S で厚さ $t(t < d)$ の帯電していない平板型の誘電体Eを極板AとBの中央に挿入した。誘電体Eは極板からはみ出しておらず，その両面は極板と平行である。再びスイッチを閉じると極板Aに蓄えられた電気量が振動し，その周期は**問7**の場合の2倍であった。

問8　誘電体Eの比誘電率を $\varepsilon_r(\varepsilon_r > 1)$ とする。誘電体Eの厚さ t を，d，S，V，ε_0，ε_r，L のうち必要なものを用いて表せ。また，$t < d$ となるために ε_r が満たす条件を求めよ。

問 9　コンデンサーの極板間の電位差がゼロになった瞬間に，コイルに流れている電流の大きさを，d，S，V，ε_0，L のうち必要なものを用いて表せ。

図 2 の状況で金属板 C に電気量 Q を与えて十分に時間が経過した。回路のスイッチを開き，電源を取り外して**図 6** のように自己インダクタンス L のコイルを接続した。再びスイッチを閉じたところ，抵抗器に流れる電流が振動しながら減衰した。十分に時間が経過して電流が流れなくなったとみなせるまでに失われた回路の電気エネルギーは，全て抵抗器で生じるジュール熱になるものとする。

問10　このジュール熱の総量を，d，S，V，ε_0，Q，L のうち必要なものを用いて表せ。

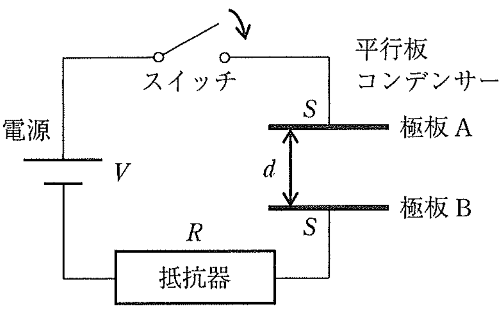

図 1

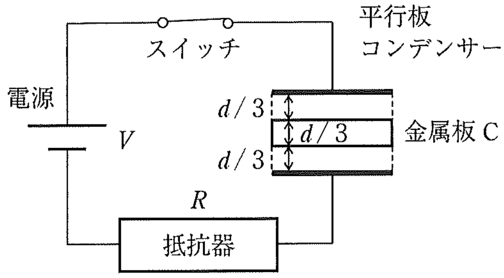

図 2

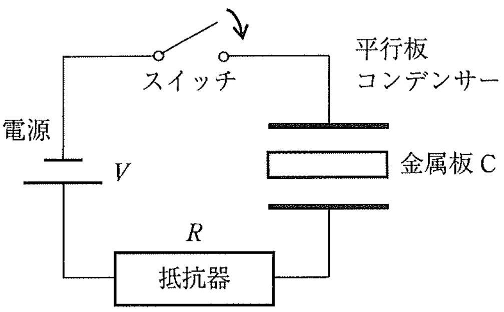

図 3

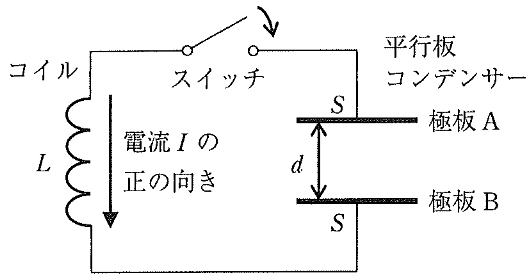

図 4

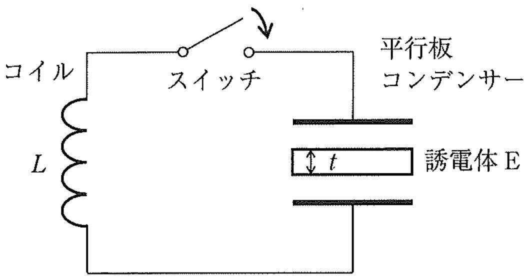

図 5

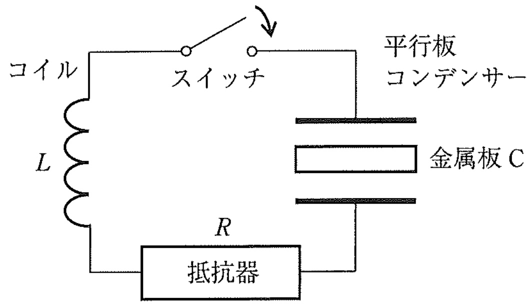

図 6