

物 理

I 次の文章を読み, ア ~ カ に適切な数式を解答欄に記入せよ。また, い ~ と には指定された選択肢からもっとも適切なものを一つ選び, 解答欄にマークせよ。い, ろ には同じ選択肢をマークしてもよい。ただし, ア ~ カ の解答欄に記入する数式は, 文字定数として h, M, m, g, θ, N, a のうち必要なもののみを用いること。また, ほ の選択肢を選ぶ際に必要であれば末尾の表を参考にしてもよい。

図のように, SOD が直角三角形であるような高さ h のすべり台が水平面に固定されている。小球がスタート地点 S を静かに離れて点 D を通過し, 点 O から h だけ離れたゴール地点 G に到達する運動を考える。ただし, 経路はなめらかにつながっていて, 小球が点 D を通過するときは, 速さを保ったまま, 向きのみを変化させるものとする。すべり台と小球の質量をそれぞれ M, m , 重力加速度の大きさを g , すべり台の斜面のなす角 $\angle OSD$ を θ とする。さまざまな値をとる θ ($0^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$) に対して, 小球が点 G にできるだけ早く到達するような θ を見つけたい。ただし, 小球は図の紙面を含む平面内のみを運動するものとし, 小球にはたらく摩擦力や空気抵抗はすべて無視できるものとする。

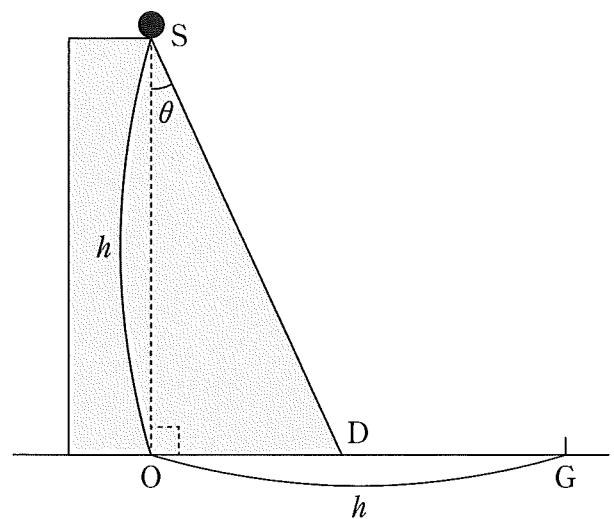
[1] 一般に, ある物体がある地点にできるだけ早く到達するには, 到達地点までの移動距離をできるだけ短くし, 各時刻において速さをできるだけ速くすればよい。今の場合, 点 S から点 G までの総移動距離をできるだけ短くするには θ の値を い 方がよく, 各時刻の小球の速さをできるだけ速くするには θ の値を ろ 方がよい。

以上のこと考慮に入れて, 点 G に最短時間で到達するような θ の値を数式を用いて具体的に調べる。

[2] 小球がすべり台の斜面をすべっている間、小球は斜面から大きさ ア の垂直抗力を受けながら斜面方向に等加速度運動をする。その加速度の大きさは イ であり、点Sから点Dに到達するまでにかかる時間は $\sqrt{\frac{h}{2g}} \times$ は となる。点Dに到達したときの小球の速さは ウ であることから、点Dから点Gに到達するまでにかかる時間は $\sqrt{\frac{h}{2g}} \times$ に となる。したがって、 θ の取りうる値が $\theta = 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 45^\circ$ であった場合、これらの θ の値のうち、小球が点Sから最短時間で点Gに到達するのは、 $\theta =$ ほ の場合である。

次に、すべり台の固定をはずし、すべり台が自由に動ける場合を考える。ただし、すべり台は図の紙面を含む平面内の水平方向のみを運動するものとし、すべり台にはたらく摩擦力や空気抵抗はすべて無視できるものとする。

[3] 小球がすべり台の斜面をすべっている間、小球は斜面から垂直抗力を受ける一方、すべり台はその反作用を受けて水平方向に等加速度運動をする。このとき、小球が斜面から受ける垂直抗力の大きさを N 、すべり台の加速度の大きさを a とすると、すべり台の運動方程式は $Ma =$ エ と表せる。その一方、すべり台とともに運動する観測者から見た場合、小球には観測者の加速度の向きとは逆向きで大きさ オ の慣性力がはたらく。この慣性力を考慮することにより、すべり台の斜面に垂直な方向の小球にはたらく力はつりあう。この力のつりあいの式とすべり台の運動方程式を連立して解くことで、すべり台の加速度の大きさが $a = g \times$ ヘ と求まる。小球が点Dに到達した直後、すべり台と小球の運動エネルギーの和は カ である。その後、小球が点Dから点Gに到達するまで、すべり台と小球はそれぞれ速度が変化することなく運動する。このように、力がはたらかない物体の速度は変化しない、という物理法則のことを と の法則と呼ぶ。



図

い , ろ に対する選択肢

- ① 0° に近づける ② 0° と 45° の間にする ③ 45° に近づける

は , に に対する選択肢

- | | | | |
|---------------------------|-------------------------------|---------------------|---------------------------|
| ① $\sin \theta$ | ② $\cos \theta$ | ③ $\tan \theta$ | ④ $\frac{2}{\sin \theta}$ |
| ⑤ $\frac{2}{\cos \theta}$ | ⑥ $\frac{2}{\tan \theta}$ | ⑦ $1 - \sin \theta$ | ⑧ $1 - \cos \theta$ |
| ⑨ $1 - \tan \theta$ | ⑩ $1 - \frac{1}{\tan \theta}$ | | |

ほ に対する選択肢

- ① 5° ② 10° ③ 20° ④ 30° ⑤ 40° ⑥ 45°

へ に対する選択肢

- | | | |
|---|---|---|
| ① $\frac{m}{M} \sin \theta \cos \theta$ | ② $\frac{M}{m} \sin \theta \cos \theta$ | ③ $\frac{m}{M} \sin^2 \theta$ |
| ④ $\frac{M}{m} \cos^2 \theta$ | ⑤ $\frac{m \sin \theta \cos \theta}{m \cos^2 \theta + M}$ | ⑥ $\frac{M \sin \theta \cos \theta}{m \cos^2 \theta + M}$ |
| ⑦ $\frac{m \sin^2 \theta}{m \sin \theta \cos \theta + M}$ | ⑧ $\frac{M \cos^2 \theta}{m \sin \theta \cos \theta + M}$ | |

と に対する選択肢

- | | | |
|-----------|----------|---------|
| ① エネルギー保存 | ② 角運動量保存 | ③ 作用反作用 |
| ④ 慣性 | ⑤ 万有引力 | |

表

θ	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$	$\frac{1}{\sin \theta}$	$\frac{1}{\cos \theta}$	$\frac{1}{\tan \theta}$
5°	0.09	1.00	0.09	11.47	1.00	11.43
10°	0.17	0.99	0.18	5.76	1.02	5.67
20°	0.34	0.94	0.36	2.92	1.06	2.75
30°	0.50	0.87	0.58	2.00	1.16	1.73
40°	0.64	0.77	0.84	1.56	1.31	1.19
45°	0.71	0.71	1.00	1.41	1.41	1.00

※小数第3位が四捨五入されている。

II 次の文章を読み、あ ~ か に適切な数式を解答欄に記入せよ。また、
イ ~ ト には指定された選択肢からもっとも適切なものを一つ選び、解答欄にマークせよ。イ ~ ハ には同じ選択肢をマークしてもよい。以下の実験は真空中において行い、真空中におけるクーロンの法則の比例定数を k 、電気素量を e 、透磁率を μ とする。なお、必要に応じて、絶対値が 1 より十分小さい数 x に対して成立する近似式 $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ (α は実数) を用いても良い。

[1] 図 1 のように、互いに r だけ離れた点 O, A, B に、それぞれ電気量が $+Q$, $+2Q$, $-2Q$ ($Q > 0$) の点電荷を置いた。このとき、点 O の点電荷が受ける静電気力の大きさは あ であり、その向きは イ となる。

[2] 次に、図 2 のように、 y 軸方向に平行で、無限に長い太さの無視できる針金を、点 O からの距離が r である位置に置き、単位長さあたりの電気量が $+Q$ となるように一様に電荷を与えた。このとき、針金から出る電気力線の本数は、単位長さあたり い である。したがって、点 O における電場の大きさは う であり、その向きは 口 であることがわかる。

[3] 図 2 の針金に一定の電流を流したところ、そのまわりに磁場が生じた。このとき、この針金の単位長さあたりの電子の数を n とし、電子が y 軸方向正の向きに一定の速さ v で運動しているならば、針金から r だけ離れた位置の磁場の大きさは え である。したがって、電気量 $+Q$ の点電荷が、針金と平行な点 O を通る直線上を電子と同じ向き、同じ速さ v で運動するとき、点電荷が点 O を通過する際に磁場から受ける力の大きさは お であり、その向きは ハ となる。

[4] 図3のように、長さ L の伸び縮みしない短い棒の両端 C, D にそれぞれ電気量が $+Q$, $-Q$ の点電荷を固定した物体を考える。この物体を、その中点 N と点 O との間の距離が r 、点 O から中点 N に引いた直線と CD のなす角が θ となるように設置した。棒が受ける静電気力は無視できるものとしたとき、点 O に置いた点電荷の静電気力による位置エネルギーを以下の手順で求めてみよう。まず、点 C の点電荷について考える。 $+Q$ の点電荷を点 O に置いたとき、点 O の点電荷の位置エネルギー U_{OC} を距離 OC を用いて表すと、
二 である。ただし、位置エネルギーは無限遠が基準であるものとする。
 L が r より十分に小さいとして $\left(\frac{L}{r}\right)^2$ の項を無視すると、OC は

$$OC = \sqrt{\left(r + \boxed{\text{ホ}}\right)^2 + \left(\boxed{\text{ヘ}}\right)^2} \doteq r + \boxed{\text{ホ}}$$

と近似できる。点 D の点電荷についても同様にして点 O の点電荷の位置エネルギー U_{OD} を求めると、点 O に置いた点電荷の位置エネルギー $U = U_{OC} + U_{OD}$ は、

$$U = \boxed{\text{か}} \times \frac{1}{r^2 - \left(\boxed{\text{ホ}}\right)^2} \doteq \frac{\boxed{\text{か}}}{r^2}$$

と表すことができる。以上のことから、 L と Q が一定であるものとして、物体 CD のまわりの電位 V をいくつかの角度 θ の値に対してグラフに表すと、
ト のようになる。このように、帯電体のまわりの電場や電位は、帯電体の形状や電荷の分布によって、点電荷のそれとは大きく変化することがわかる。

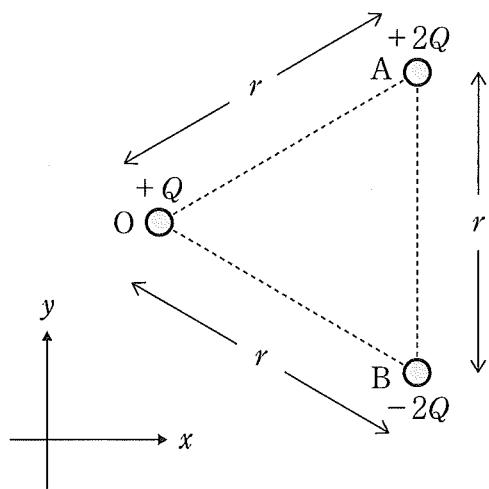


図 1

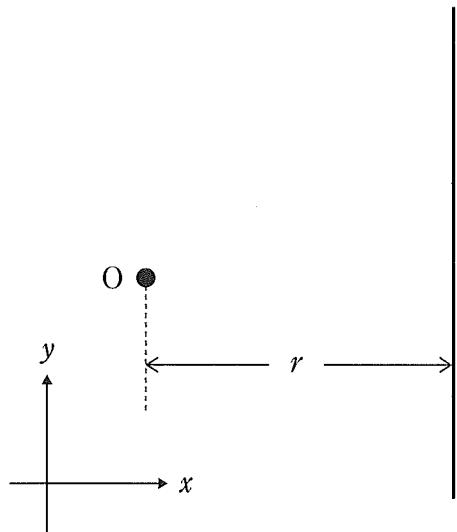


図 2

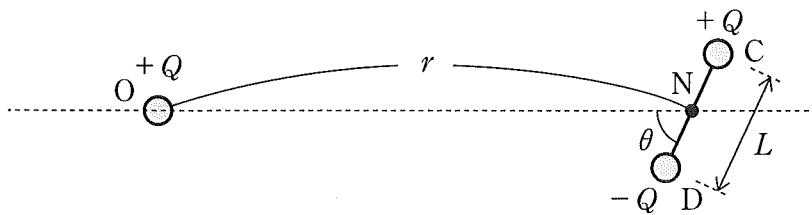
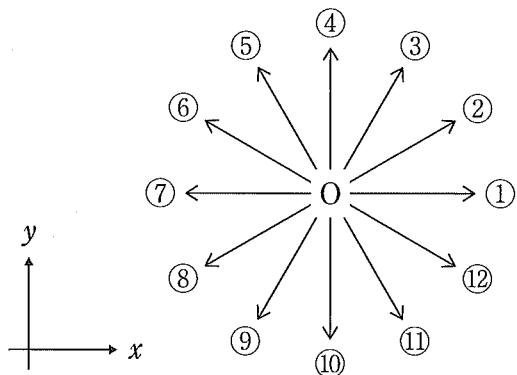


図 3

イ ~ ハ に対する選択肢



ニ に対する選択肢

$$\textcircled{1} \quad \frac{kQ}{OC}$$

$$\textcircled{2} \quad -\frac{kQ}{OC}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{kQ^2}{OC}$$

$$\textcircled{4} \quad -\frac{kQ^2}{OC}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{kQ}{OC^2}$$

$$\textcircled{6} \quad -\frac{kQ}{OC^2}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{kQ^2}{OC^2}$$

$$\textcircled{8} \quad -\frac{kQ^2}{OC^2}$$

ホ , ヘ に対する選択肢

$$\textcircled{1} \quad \frac{L \sin \theta}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{L \cos \theta}{2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{L \tan \theta}{2}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{\sin \theta}{2L}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\cos \theta}{2L}$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{\tan \theta}{2L}$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{2L}{\sin \theta}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{2L}{\cos \theta}$$

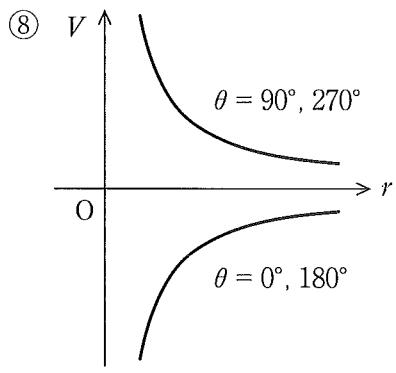
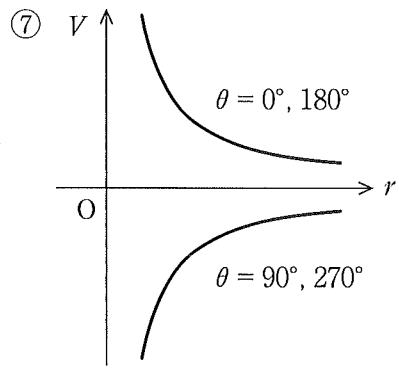
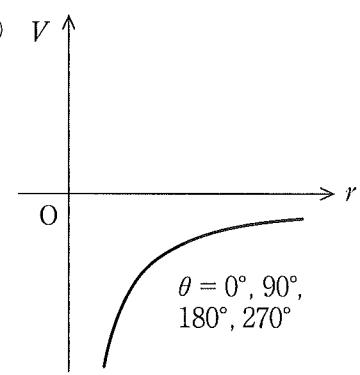
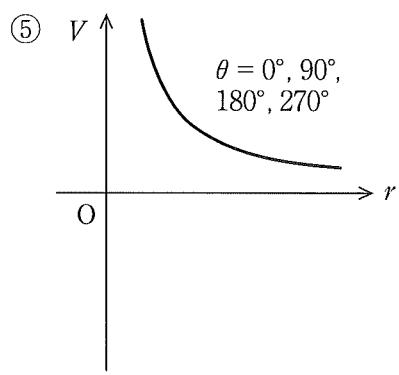
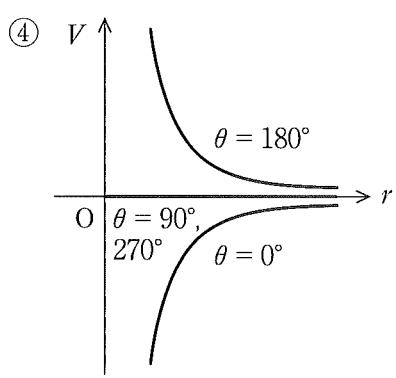
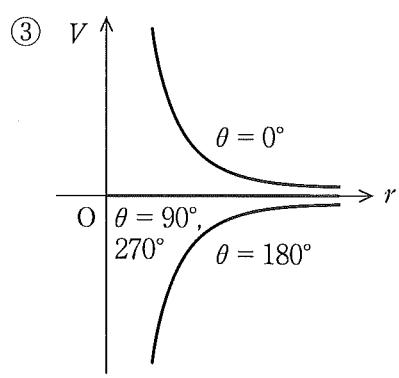
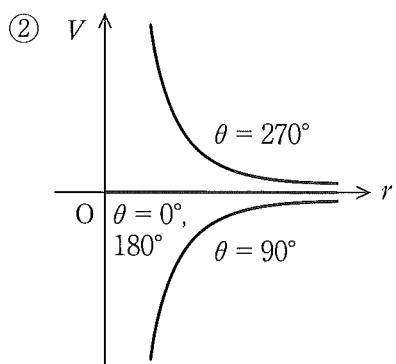
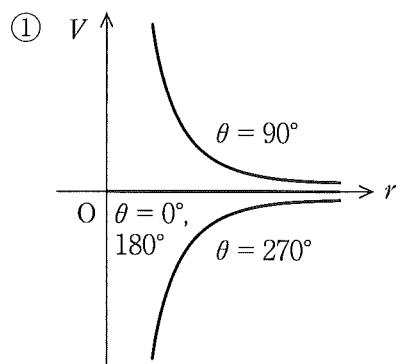
$$\textcircled{9} \quad \frac{2L}{\tan \theta}$$

$$\textcircled{10} \quad \frac{L}{2 \sin \theta}$$

$$\textcircled{11} \quad \frac{L}{2 \cos \theta}$$

$$\textcircled{12} \quad \frac{L}{2 \tan \theta}$$

ト に対する選択肢



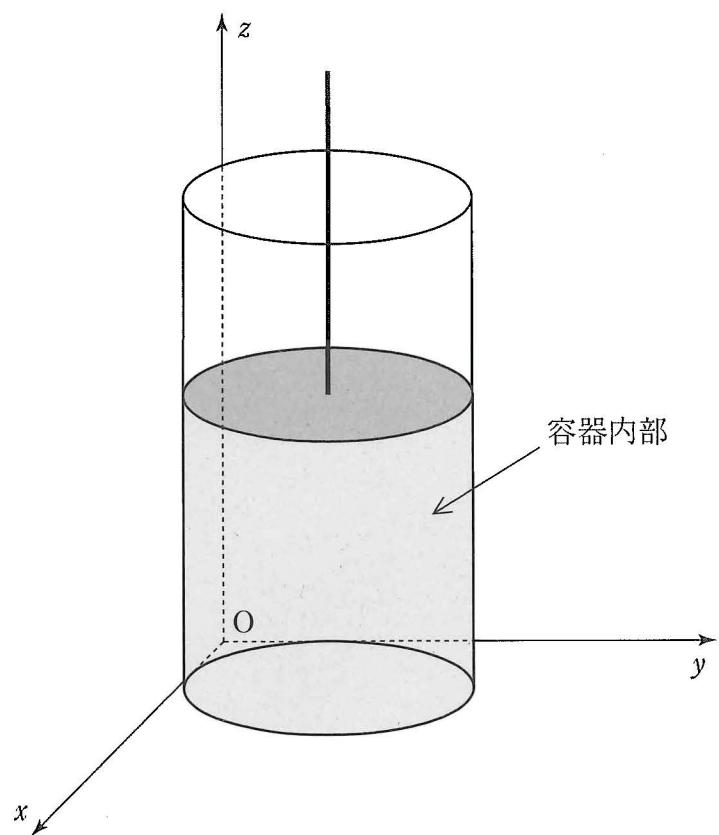
III 次の文章を読み、イ ~ ヘ に適切な数式を解答欄に記入せよ。また、あ ~ か には指定された選択肢からもっとも適切なものを一つ選び、解答欄にマークせよ。う と お、え と か にはそれぞれ同じ選択肢をマークしてもよい。イ ~ ヘ の解答欄に記入する数式は、文字定数として a, b, g, R, γ のうち必要なもののみを用いること。

なめらかに動くピストンのついた熱容量の無視できる円筒形容器がある。ピストンは断熱材でつくられており、その質量は無視できるものとする。容器は、ピストンが鉛直方向に動くよう立てられており、容器底面の面積を S とする。図のように容器の底面を xy 平面、鉛直方向を z 軸として直交座標軸を設定し、重力加速度の大きさを g 、気体定数を R とする。温度は絶対温度で表すものとする。

[1] 最初ピストンは $z = z_0$ ($z_0 > 0$) の位置に固定され、容器の内部は真空中であった。単原子分子理想気体 1 モルを外部からゆっくりと容器内部に注入した。その後、ピストンの固定を外すと、ピストンはゆっくり下がっていき、やがて $z = a$ ($0 < a < z_0$) の位置で静止した。この間、気体の温度 T_0 は一定に保たれており、静止したときの容器内部の気体の圧力は p_0 であった。ピストンの固定を外す前の容器内部の気体の圧力は、 p_0 を用いて表すと あ であり、ピストンが静止したときの気体の圧力 p_0 は、 T_0 を用いて表すと $p_0 = \boxed{\text{い}}$ である。

[2] 次に、外部から熱を加えて封入された気体を温めたところ、容器内部の気体の圧力は一定のままピストンはゆっくりと上がっていき、最終的に $z = b$ ($b > a$) の位置で静止した。これは う であり、ピストンが静止したときの容器内部の気体の温度 T_1 は、 $T_1 = \boxed{\text{イ}} \times T_0$ と表せる。う では、単原子分子理想気体のモル比熱が え $\times R$ であることを考えると、外部から加えた熱量は ロ $\times T_0$ と表すことができる。

[3] さらに、容器側面と底面を断熱材で包み、ピストンの上におもりを少量ずつ静かに載せていくと、ピストンはゆっくりと少しづつ下がっていった。この操作を、ピストンが $z = a$ の位置で静止するまで繰り返した。このような状態変化は お と呼ばれる。 お では、理想気体の圧力 p と体積 V には、 $pV^\gamma = \text{一定}$ という関係（ポアソンの法則）があることが知られている。ただし、 γ は比熱比と呼ばれる定数である。ポアソンの法則を用いると、静止したときの容器内部の気体の圧力 p_2 は、 $p_2 = \boxed{\text{ハ}} \times p_0$ 、温度 T_2 は、 $T_2 = \boxed{\text{ニ}} \times T_0$ と表すことができ、さらに、載せたおもりの合計質量は ホ $\times T_0$ と表すことができる。また、おもりを載せてピストンが動き出してから静止するまでの間に、容器内部の気体がされた仕事は ヘ $\times T_0$ である。なお、 γ の値は、单原子分子理想気体の場合は か である。



図

あ に対する選択肢

- ① p_0 ② $\frac{a}{z_0} p_0$ ③ $\frac{z_0}{a} p_0$ ④ $\frac{z_0 - a}{z_0} p_0$
⑤ $\frac{z_0}{z_0 - a} p_0$ ⑥ $\frac{z_0 - a}{a} p_0$ ⑦ $\frac{a}{z_0 - a} p_0$

い に対する選択肢

- ① $\frac{Sa}{RT_0}$ ② $\frac{RS}{T_0 a}$ ③ $\frac{RT_0}{Sa}$ ④ $\frac{T_0 a}{RS}$
⑤ $\frac{Ra}{T_0 S}$ ⑥ $\frac{T_0 S}{Ra}$ ⑦ $\frac{RSa}{T_0}$ ⑧ $\frac{T_0 Sa}{R}$

う , お に対する選択肢

- ① 定積変化 ② 定圧変化 ③ 等温変化
④ 断熱変化 ⑤ 熱膨張 ⑥ 熱平衡

え , か に対する選択肢

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1 ⑥ $\frac{3}{2}$
⑦ $\frac{5}{3}$ ⑧ 2 ⑨ $\frac{5}{2}$ ⑩ $\frac{8}{3}$ ⑪ 3