

〔 I 〕 次の文の  ～  に入れるのに最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。また、  ～  に入れるのに最も適当なものを各問の文末の解答群から選び、その記号をマークしなさい。ただし、同じものを2回以上用いてもよい。なお、  と  には〔解答群\*〕から適当なものを選び、その記号をマークしなさい。

以下では、空気抵抗と摩擦は無視できるものとする。また、ばねの伸び(または縮み)はあまり大きくなく、フックの法則が成り立つとせよ。

- (i) ある星において、ばね定数  $k$  の軽いばねの一端を天井に固定し、他端に質量  $m$  の小球を静かにつるすと、小球はつり合いの位置で静止した(図1)。このとき、ばねの自然長からの伸びは、重力加速度の大きさを  $g'$  とすれば、 である。静止した小球を引き下げて静かに放すと、小球は鉛直方向に単振動を続けた。この単振動の中心は  であり、周期は  である。

いま、ばね定数のわからないばねと、質量のわからない2個の小球(小球1と小球2)がある。小球1、小球2のいずれかをばねにつるし、上述のように単振動させる実験を別々に行った。それぞれの小球に対して、床から小球までの高さを測定した結果をまとめたグラフが図2である。

グラフより、小球1の単振動の周期は  [s] であり、また小球2の質量は小球1の質量の  倍であることがわかる。さらに、2個の小球の単振動の中心の差に注目すれば、測定を行った地点の重力加速度の大きさを求めることができる。円周率  $\pi$  を 3.1 として計算をすれば、重力加速度の大きさは有効数字2桁で表すと  [ $\text{m/s}^2$ ] となる。

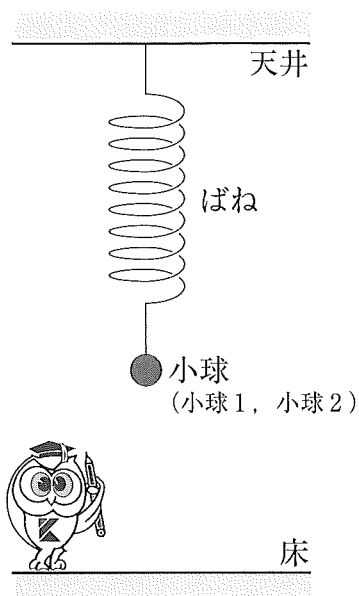


図1

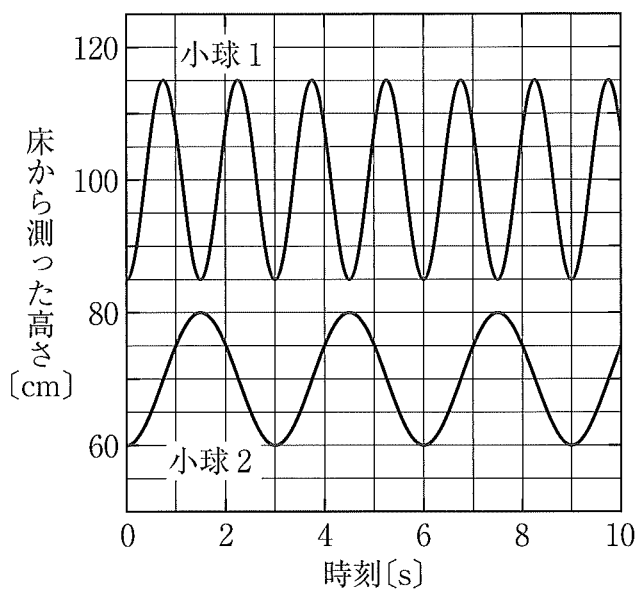


図2

〔解答群〕

(ア) ばねが自然の長さの位置 (イ) つり合いの位置 (ウ) 小球を放した位置

(エ)  $\frac{kg'}{m}$  (オ)  $\frac{k}{mg'}$  (カ)  $\frac{mg'}{k}$  (キ)  $\frac{m}{kg'}$

(ク)  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kg'}{m}}$  (ケ)  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mg'}{k}}$  (コ)  $2\pi \sqrt{\frac{k}{mg'}}$  (カ)  $2\pi \sqrt{\frac{m}{kg'}}$

(シ)  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$  (ス)  $\frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k}}$  (セ)  $2\pi \sqrt{\frac{k}{m}}$  (ソ)  $2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

(タ) 0.5 (チ) 1.0 (ツ) 1.5 (テ) 2.0

(ト) 2.5 (ナ) 3.0 (ニ) 3.5 (ヌ) 4.0

(ii) 図3に示すように、なめらかな水平な台の上で一端を壁に固定した軽いばねに質量  $M$  の物体 A がつながれている。さらに、物体 A には軽い糸が取り付けられており、軽い滑車を経由して糸の他端には質量  $m$  の物体 B がつり下げられている。物体 A および物体 B がつり合いの位置にあるとき、ばねの自然長からの伸びは  $l$  であった。水平面上で図の右向きに  $x$  軸の正の向きをとり、つり合いの位置にあるときの物体 A の位置を  $x$  軸の原点  $O$  とする。

以下は、K 先生と Ai さんとの会話である。会話の内容は正しいとして、問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさは  $g$  とする。

K 「Ai さん、物体 A と物体 B の運動を調べましょう。まずは、このばねのばね定数はどう表されますか？」

Ai 「K 先生、物体 A と物体 B を一体として考えますね。これがつり合いの位置にあるとき、一体となった物体にはたらくばねの弾性力と物体 B にはたらく重力がつり合っていることから、ばね定数は (6) となります。」

K 「それでは、物体 B をつり合いの位置から  $d$  (ただし  $d > 0$ ) だけ鉛直に引き下げて静かに放しますね。物体 A と物体 B は一体となって単振動を続けています。この単振動の角振動数はどう表されるでしょうか？」

Ai 「一体となった物体がばねにつながれているので、角振動数は (7) となります。」

K 「この単振動において、物体 A の位置  $x$  の範囲は次のようになりますよね。」

$$\boxed{(8)} \leq x \leq \boxed{(9)} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

K 「物体 A が位置  $x$  にあるときの速さ  $v$  はどう求めますか？」

Ai 「力学的エネルギー保存の法則を用いれば求まるはずですが。位置エネルギーの基準点はどこにとろうかなあ？」

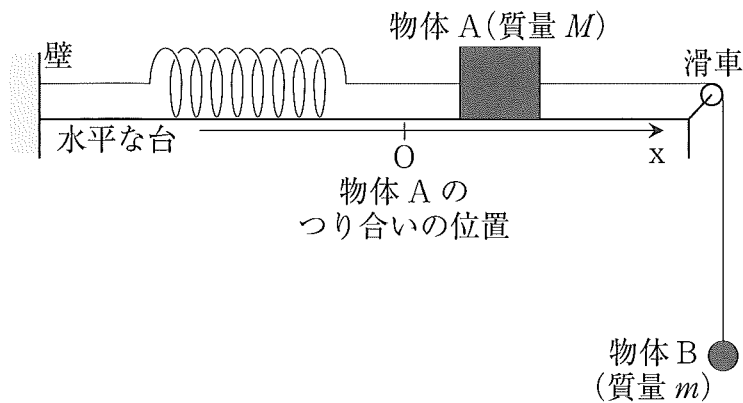


図 3

K 「ここでは、ばねが自然の長さになる位置を、ばねの弾性力による位置エネルギーと重力による位置エネルギーの基準点にとりましょう。物体 A が位置  $x$  にあるとき、この系の力学的エネルギーはどうなりますか？ ただし、つり合いの位置にあるとき、ばねの自然長からの伸びが  $\ell$  であることに注意してください。」

Ai 「ばねの弾性力による位置エネルギーは  $\frac{1}{2} \times \boxed{(6)} \times (\boxed{(10)})^2$ 、重力による位置エネルギーは  $-mg \times (\boxed{(11)})$  です。これに、物体 A と物体 B の運動エネルギーを加えれば、この系の力学的エネルギーとなります。」

K 「物体 B を静かに放した位置における力学的エネルギーも同様に考えることができますね。では、物体 A が位置  $x$  にあるときの速さ  $v$  はどうなりますか？」

Ai 「力学的エネルギー保存の法則より、 $v = \boxed{(7)} \times (\boxed{(12)})$  となります。」

(解答群は次ページにあります)

[解答群]

$$(ア) \frac{mg}{\ell}$$

$$(イ) \frac{m}{g\ell}$$

$$(ウ) \frac{\ell}{mg}$$

$$(エ) \frac{g\ell}{m}$$

$$(オ) \sqrt{\frac{mg}{(M+m)\ell}}$$

$$(カ) \sqrt{\frac{m}{(M+m)g\ell}}$$

$$(キ) \sqrt{\frac{(M+m)\ell}{mg}}$$

$$(ク) \sqrt{\frac{(M+m)g\ell}{m}}$$

$$(ケ) -\ell$$

$$(コ) \ell$$

$$(サ) -d$$

$$(シ) d$$

$$(ス) -(\ell + d)$$

$$(セ) \ell + d$$

$$(ソ) 0$$

$$(タ) x$$

$$(チ) x - \ell$$

$$(ツ) x + \ell$$

$$(テ) x - d$$

$$(ト) x + d$$

$$(ナ) \sqrt{\ell^2 - x^2}$$

$$(ニ) \sqrt{\ell^2 + x^2}$$

$$(ヌ) \sqrt{d^2 - x^2}$$

$$(ネ) \sqrt{d^2 + x^2}$$

K 「次に、物体 B を静かに放す位置をさらに下げたら、すなわち  $d$  を大きくしたら、この系の運動はどうなるか考えてみましょうか。ただし、ばねと糸は十分に長く、物体 A と物体 B は壁や滑車にぶつからないとします。」

Ai 「より大きな振幅で、物体 A と物体 B は一体となって単振動しますよね！糸でつながれているので。糸が切れなければですが……」

K 「糸は切れないとしますが、糸がたるむことはないでしょうか？」

Ai 「なるほど。張力がはたらいっているあいだは物体 A と物体 B は一体となって単振動し、張力がはたらかなくなると別々に運動し始めるということですか。物体 B がつり下がっているのに、糸がたるむかな？ 謎だなあ。」

K 「物体 A と物体 B が一体となって運動するとし糸の張力を求めましょう。物体 A にはたらく力をすべて挙げると  $(13)^*$ ，物体 B にはたらく力をすべて挙げると  $(14)^*$  となります。運動方程式はどうなりますか？」

Ai 「それぞれの物体が運動する方向の力に注目すればいいですよ。物体 A が位置  $x$  にあるときの加速度を  $a$ ，糸の張力を  $S$  とすると、物体 A と物体 B の運動方程式は、それぞれ次のようになります。」

$$\text{物体 A} \quad Ma = \boxed{(b)}$$

$$\text{物体 B} \quad ma = \boxed{(c)}$$

Ai 「これらの運動方程式から加速度  $a$  を消去すれば、張力  $S$  は求まります。あっ、加速度の大きさが重力加速度の大きさを超えると糸がたるむ！」

K 「そうですね、謎が解けて良かったです。それでは、物体 A と物体 B が一体となって単振動するための条件はどうなりますか？」

Ai 「単振動の範囲①(3 ページを参照)において張力がはたらいっている、つまり  $S \geq 0$  である必要があります。よって、一体となって単振動するための条件は  $d \leq \boxed{(15)}$  です。」

[解答群]

$$\begin{array}{llll}
 \text{(ア)} & \frac{1}{2}\ell & \text{(イ)} & 2\ell \\
 \text{(ウ)} & \frac{M}{m}\ell & \text{(エ)} & \frac{m}{M}\ell \\
 \text{(オ)} & \frac{M+m}{m}\ell & \text{(カ)} & \frac{m}{M+m}\ell \\
 \text{(キ)} & \frac{M-m}{m}\ell & \text{(ク)} & \frac{m}{M-m}\ell
 \end{array}$$

[解答群\*] 以下の表では，物体にはたらく力を○印で記している。

	重力	垂直抗力	ばねの弾性力	糸の張力
(ア)				
(イ)				○
(ウ)			○	
(エ)			○	○
(オ)		○		
(カ)		○		○
(キ)		○	○	
(ク)		○	○	○
(ケ)	○			
(コ)	○			○
(サ)	○		○	
(シ)	○		○	○
(ス)	○	○		
(セ)	○	○		○
(ソ)	○	○	○	
(タ)	○	○	○	○

〔Ⅱ〕 次の文の  ～  に入れるのに最も適当な数または式を解答欄に記入しなさい。また,  ～  に入れるのに最も適当なものを各問の文末の解答群から選び, その記号をマークしなさい。ただし, 同じものを2回以上用いてもよい。なお,  ～ ,  については文末の〔解答群\*〕から最も適当なものを選びなさい。

(i) 直線電流が作る磁場(磁界)について次の事柄が成り立つ。

直線電流が作る磁場の向き・大きさと重ねあわせの原理

じゅうぶんに長い導線を通れる大きさ  $I$  の直線電流のまわりには同心円状の磁場ができる。直線電流から距離  $R$  だけ離れた観測点  $P$  での磁場の向きは, 電流の向きにねじが進むとき右ねじを回す向きであり, その強さ  $H$  は,  $H = \text{$  で表される。また, 空間中に分布する複数の直線電流が点  $P$  に作る磁場は, 個々の直線電流が点  $P$  に作る磁場の重ねあわせ(ベクトルの合成)に等しい。

図1のように水平面内で直交する  $x$  軸と  $y$  軸, 鉛直上向きに  $z$  軸をとり,  $R$  を正の数として, 点  $A(R, 0, 0)$ , 点  $B(0, R, 0)$ , 点  $C(0, 0, R)$  をとる。点  $A$  を通り  $y$  軸に平行な直線上に導線  $L_A$ , 点  $B$  を通り  $z$  軸に平行な直線上に導線  $L_B$ , 点  $C$  を通り  $x$  軸に平行な直線上に導線  $L_C$  を設置した。以下では地磁気の影響は無視できるものとする。

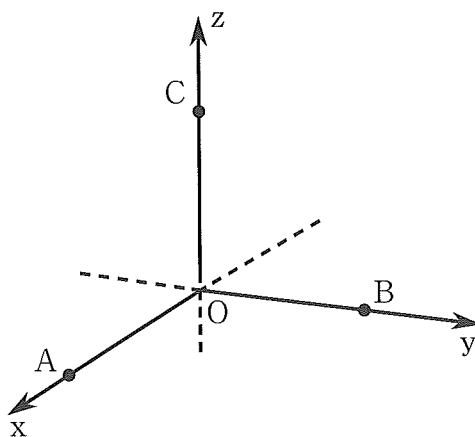


図1

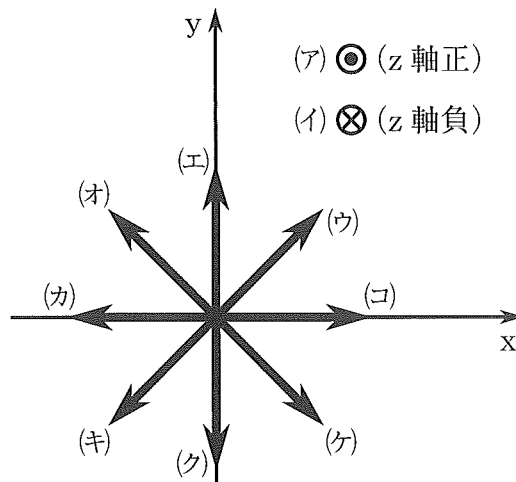


最初に、導線  $L_A$  に大きさ  $I$  の電流を  $y$  軸正の向きに流した。原点  $O$  における磁場の向きは  であった。

次に、 $L_A$  の電流が  $0$  の状態で、 $L_B$ 、 $L_C$  の各導線に同じ大きさ  $I$  の電流を流す実験 1 と実験 2 を行った。実験 1 では、 $L_B$  に  $z$  軸負の向き、 $L_C$  に  $x$  軸負の向きに電流を流すと、原点  $O$  での磁場の向きは  になった。実験 2 では、 $L_B$  と  $L_C$  にそれぞれ解答群の 、 の向きに電流を流したところ、原点  $O$  での磁場の向きは解答群の(オ)になった。

最後に、 $L_A$  に  $y$  軸正の向き、 $L_B$  に  $z$  軸正の向き、 $L_C$  に  $x$  軸正の向きに同じ大きさ  $I$  の電流を流した。すると、原点  $O$  における磁場の強さは   $\times$   になった。

[解答群]



(ウ)~(コ)は  $xy$  面内の向きである。

(ii) 図2のように水平向き(紙面に対して垂直で手前向き)で磁束密度の大きさが  $B_0$  の一様な磁場がある。この磁場に対して垂直な鉛直面(紙面)上に、原点  $O$  を中心とした半径  $a$  の環状一巻きコイル  $Q$  があり、導体棒  $OA$  を介して  $Q$  上の接点  $A$  と  $O$  は電氣的に接している。これとは別に、密度が一様な質量  $m$ 、長さ  $a$  で、抵抗値  $R$  の抵抗棒  $OB$  が  $O$  からぶら下がっている。  $OB$  は、棒の端  $B$  が  $Q$  と電氣的に接触した状態を保ちながら、 $O$  を支点として鉛直面内をなめらかに自由に回転できる。以下では、コイル  $Q$  と導体棒  $OA$  の電気抵抗、接点での摩擦および電気抵抗、 $Q$  や  $OA$ 、 $OB$  を流れる電流が作る磁場の影響は無視できるものとする。重力加速度の大きさを  $g$  とする。

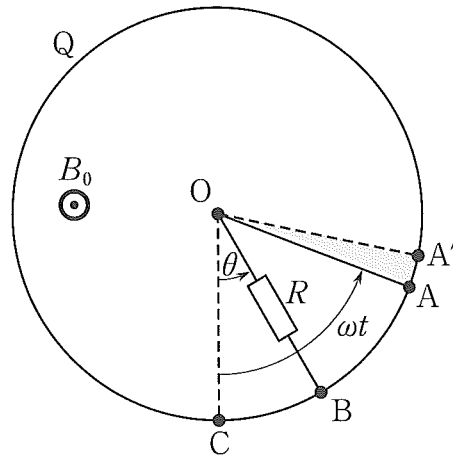


図2

最初、 $OB$  が  $O$  から鉛直にぶら下がっている状態で、 $OA$  を一定の角速度  $\omega$  で反時計周りに回転させた。 $OA$  上の自由電子には  $(5)^*$  力がはたらき、その結果、 $OA$  間に電位差が生じる。この電位差により、 $OB$  には  $(6)^*$  の向きに電流が流れ始め、 $OB$  を流れる電流は、 $OB$  が  $(7)^*$  向きに磁場から力を受ける。

やがて、 $OB$  は  $Q$  の最下点  $C$  と角  $\theta$  をなす姿勢で静止した。導体棒とコイルの接点  $A$  が、時刻  $t$  から微小時間  $\Delta t$  後の時刻  $t + \Delta t$  に図の  $A'$  に移動したとすると、微小時間  $\Delta t$  の間に  $OA$  が通過する領域(図の灰色で表されている扇形  $AOA'$ )の面積は、 $(8)$  である。この領域を貫く磁束  $\Delta\Phi$  から、 $OA$  間

に生じる誘導起電力の大きさ  $V$  が次のように求まる。

$$V = \left| \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right| = \boxed{\phantom{000}} \quad (9)$$

OB に流れる電流の大きさ  $I$  と、OB で単位時間あたりに発生するジュール熱  $P$  は、 $V$  と  $R$  を用いると、 $I = \boxed{\phantom{000}} \quad (10)$  ,  $P = \boxed{\phantom{000}} \quad (11)$  と表される。また、OB を流れる電流は磁場から力を受ける。その力の大きさ  $F$  は、 $I$  を用いると、 $F = \boxed{\phantom{000}} \quad (12)$  であり、力の作用点は、重力と同様、棒の重心にあると考えてよい。OB が姿勢を保っていることから、支点  $O$  のまわりで OB にはたらく力のモーメントについて、次に示すつり合いが成り立つ。

$$\frac{a}{2} \times mg \times \boxed{\phantom{000}} \quad (13) = \frac{a}{2} \times F$$

一般に、任意の実数  $\theta$  に対して  $|\boxed{\phantom{000}} \quad (13)| \leq \boxed{\phantom{000}} \quad (14)$  が成り立つので、 $\omega$  が十分小さければ  $0 \leq \theta < 2\pi$  の範囲に存在していたつり合いの位置  $\theta$  は、 $\omega$  がある値  $\omega_0$  を越えると消え、OB は  $\boxed{\phantom{000}} \quad (15)^*$  ようになる。ここで、 $\omega_0$  を  $m, g, R, B_0, a$  を用いて表すと、 $\omega_0 = \boxed{\phantom{000}} \quad (c)$  である。

(解答群と解答群\*は次ページにあります)

〔解答群〕

- |                             |                                   |                                       |                           |
|-----------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|---------------------------|
| (ア) $\frac{a^2\omega t}{2}$ | (イ) $\frac{a^2\omega\Delta t}{2}$ | (ウ) $\frac{a^2\omega(t+\Delta t)}{2}$ | (エ) $\frac{a^2\theta}{2}$ |
| (オ) $B_0a^2$                | (カ) $\frac{B_0a^2}{2}$            | (キ) $\frac{B_0a^2\omega}{2}$          | (ク) $\frac{B_0a}{2}$      |
| (ケ) $\frac{V}{R}$           | (コ) $\frac{V^2}{R}$               | (サ) $RV$                              | (シ) $RV^2$                |
| (ス) $IB_0$                  | (セ) $IB_0\omega$                  | (ソ) $IB_0R$                           | (タ) $IB_0a$               |
| (チ) $\cos\theta$            | (ツ) $\sin\theta$                  | (テ) $\tan\theta$                      |                           |
| (ト) 1                       | (ナ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$          | (ニ) $\frac{1}{2}$                     | (ヌ) 0                     |

〔解答群\*〕

- |                |                |            |         |
|----------------|----------------|------------|---------|
| (ア) アンペール      | (イ) ローレンツ      | (ウ) フレミング  | (エ) ホール |
| (オ) 磁束密度       | (カ) O から B     | (キ) B から O |         |
| (ク) 時計周りに回転する  | (ケ) 反時計周りに回転する |            |         |
| (コ) 鉛直な状態で静止する | (サ) 水平な状態で静止する |            |         |

〔Ⅲ〕 次の文の  ～  に入れるのに最も適当な式を解答欄に記入しなさい。また、 ～  に入れるのに最も適当なものを文末の解答群から選び、その記号をマークしなさい。ただし、同じものを2回以上用いてもよい。なお、, , , ,  ～  については文末の〔解答群\*〕から最も適当なものを選び、その記号をマークしなさい。

なめらかに動くピストンの付いたシリンダーに、1 mol の単原子分子の理想気体を封入し、図1のように、気体の圧力  $p$  [Pa] と体積  $V$  [m<sup>3</sup>] を状態 A (圧力  $p = 5p_0$ , 体積  $V = V_0$ ) から状態 C (圧力  $p = p_0$ , 体積  $V = 5V_0$ ) へ、次の2通りの過程でゆっくりと変化させる場合について考えてみよう。ただし、熱はピストンとシリンダーを通して自由に入出力できるものとし、気体定数を  $R$  [J/(mol·K)] とする。また、気体の圧力  $p$  [Pa], 体積  $V$  [m<sup>3</sup>], 絶対温度  $T$  [K] は、理想気体の状態方程式で示される関係が成り立つとする。

過程1 [A → B → C] : 状態 A から体積を一定に保ちながら圧力が  $p_0$  の状態 B へ変化させ、続けて、状態 B から圧力を一定に保ちながら体積が  $5V_0$  の状態 C へ変化させる。

過程2 [A → C] : 気体に入出力する熱と気体の体積を調整し、図1のように、状態 A から状態 C まで、気体の圧力と体積のグラフが線分 AC になるように変化させる。

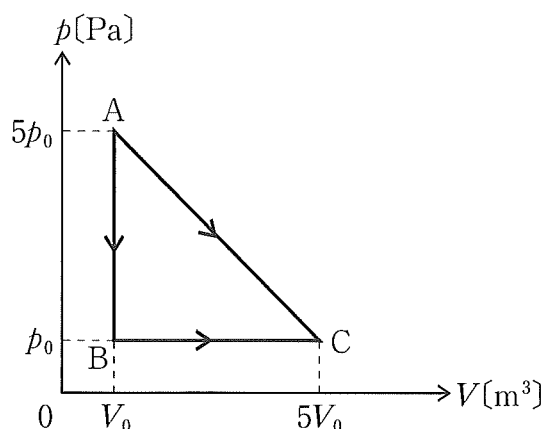


図1

(i) 過程 1 [A → B → C] の気体の状態変化を考える。

状態 A の気体の絶対温度は  $\boxed{(1)}$   $\times \frac{p_0 V_0}{R}$ , 内部エネルギーは  $\boxed{(2)}$   $\times p_0 V_0$  である。状態 A から状態 B への変化では, 気体の体積  $V$  は  $V = V_0$  (一定) なので, 理想気体の状態方程式から気体の絶対温度  $T$  と圧力  $p$  の関係は,

$$T = \frac{V_0}{R} \times p$$

になる。よって, 状態 B での気体の絶対温度は  $\boxed{(3)}$   $\times \frac{p_0 V_0}{R}$  であり, 状態 A から状態 B への変化で気体が放出する熱量は  $\boxed{(4)}$   $\times p_0 V_0$  である。

状態 B から状態 C への変化では, 気体の圧力  $p$  は  $p = p_0$  (一定) なので, 理想気体の状態方程式から, 気体の絶対温度  $T$  と体積  $V$  の関係は,

$$T = \frac{p_0}{R} \times V$$

になる。この状態 B から状態 C への変化で気体が外部にする仕事は

$\boxed{(5)}$   $\times p_0 V_0$  であり, 気体が吸収する熱量は  $\boxed{(6)}$   $\times p_0 V_0$  である。

[解答群]

- |                    |         |                   |                   |
|--------------------|---------|-------------------|-------------------|
| (ア) 0              | (イ) 1   | (ウ) 2             | (エ) 3             |
| (オ) 4              | (カ) 5   | (キ) 6             | (ク) 9             |
| (ケ) 10             | (コ) 12  | (サ) 16            | (シ) -2            |
| (ス) -6             | (セ) -12 | (ソ) $\frac{3}{2}$ | (タ) $\frac{5}{2}$ |
| (チ) $\frac{15}{2}$ |         |                   |                   |

(ii) 過程 2 [A → C] の気体の状態変化を考える。

もし仮に状態 A から気体の温度を一定に保ったまま変化させたとすると、気体の圧力  $p$  と体積  $V$  は  $\boxed{(7)^*}$ 。このことと状態 A と状態 C の気体の絶対温度が等しいことから考えると、過程 2 [A → C] は気体の温度が  $\boxed{(8)^*}$  変化であると考えられる。そこで、この過程 2 における気体の圧力  $p$  と体積  $V$  の関係を式にすると、線分 AC の傾きが  $p_0, V_0$  を用いて  $\boxed{(a)}$  なので、

$$p = \boxed{(a)} \times V + 6p_0$$

になる。この式と理想気体の状態方程式から、気体の絶対温度  $T$  と体積  $V$  の関係は、 $p_0, V_0, R$  を用いて

$$T = \boxed{(b)} \times V^2 + (\boxed{(c)}) \times V$$

になる。よって、この過程 2 の途中で気体の温度が極大または極小となる状態を状態 D とすると、状態 D の気体の体積  $V_D$  は  $V_D = \boxed{(9)} \times V_0$  で、そのときの気体の絶対温度  $T_D$  は  $T_D = \boxed{(10)} \times \frac{p_0 V_0}{R}$  であることが分かる。

また、状態 A から状態 D への変化で気体が外部にする仕事を  $W_{AD}$ 、気体の内部エネルギーの変化を  $\Delta U_{AD}$ 、状態 D から状態 C への変化で気体が外部にする仕事を  $W_{DC}$ 、気体の内部エネルギーの変化を  $\Delta U_{DC}$  とする。

$W_{AD} + \Delta U_{AD} \boxed{(11)^*} 0$  になるので状態 A から状態 D への変化は気体が熱を  $\boxed{(12)^*}$  変化である。また、 $\Delta U_{DC} = \boxed{(13)} \times p_0 V_0$  であり、 $W_{DC}$  を計算して  $\Delta U_{DC}$  との和を求めると  $W_{DC} + \Delta U_{DC} \boxed{(14)^*} 0$  になるので状態 D から状態 C への変化は気体が熱を  $\boxed{(15)^*}$  変化である。そして、過程 2 全体を通して気体が外部にする仕事と気体の内部エネルギーの変化の総和を計算すると、 $W_{AD} + \Delta U_{AD} + W_{DC} + \Delta U_{DC} \boxed{(16)^*} 0$  になるので、過程 2 全体としては気体が熱を  $\boxed{(17)^*}$  変化であり、その熱量は  $\boxed{(18)} \times p_0 V_0$  である。

〔解答群〕

- |                    |           |                   |                   |
|--------------------|-----------|-------------------|-------------------|
| (ア) 0              | (イ) 1     | (ウ) 2             | (エ) 3             |
| (オ) 4              | (カ) 5     | (キ) 6             | (ク) 9             |
| (ケ) 10             | (コ) 12    | (サ) 16            | (シ) $-2$          |
| (ス) $-6$           | (セ) $-12$ | (ソ) $\frac{3}{2}$ | (タ) $\frac{5}{2}$ |
| (チ) $\frac{15}{2}$ |           |                   |                   |

〔解答群\*〕

- |              |              |               |
|--------------|--------------|---------------|
| (ア) 正比例する    | (イ) 反比例する    | (ウ) 一定である     |
| (エ) 下降して上昇する | (オ) 上昇して下降する |               |
| (カ) $<$      | (キ) $=$      | (ク) $>$       |
| (ケ) 吸収する     | (コ) 放出する     | (サ) 吸収も放出もしない |

(以上)