物　　　　理

（注）　医学科の受験生は(1)から(14)までの全ての問題を，歯学科および保健衛生学科（検査技術学専攻）の受験生は(1)から(11)までを解答せよ。

1　質量 m の物体２つとばね定数 k のばね３つを用いて，滑らかな水平面上に連結したばね振り子をつくった（図１）。両物体に力を加えないとき，それらはばねの自然長の位置（図１中の点 O_1，O_2）に静止している。両物体はばねの伸縮方向にのみ動き，両端の壁は動かない。物体 $j\,(=1,\ 2)$ の点 O_j からの変位を，右方向を正にとり x_j で表す。また物体 j の速度を v_j，加速度を a_j で表す。ばねの質量や空気抵抗の影響は無視できる。解答は問題文末尾にある[　]内の記号のうち必要なものを用いて表現すること。

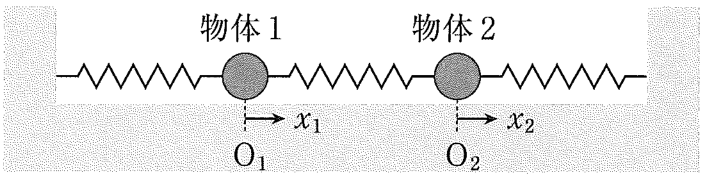

図１

両物体に手で外力を加えて $x_1 = d\,(>0)$，$x_2 = 0$ の位置に静止させた。物体２を動かないように固定したまま，物体１のみからそっと手を離すと物体１は単振動を始めた。

(1)　物体１に対する運動方程式を記せ。[m，k，x_1，v_1，a_1]

(2)　単振動の周期 T を求めよ。[m，k，d]

両物体を $x_1 = x_2 = 0$ の位置に戻して静止させ，手を離した。その後，物体２のみに手で外力を加えて $x_2 = d$ となる位置に静止させた。このとき物体１も移動したのち静止した。

(3)　物体1の位置 x_1 を求めよ。[m, k, d]

(4)　物体2に加えている外力を求めよ。右向きを正とする。[m, k, d]

(5)　3つのばねに蓄えられている弾性力による位置エネルギーの和を求めよ。[m, k, d]

前問の状態において物体2からそっと手を離すと，両物体は運動を始めた。手を離した時刻を $t=0$ とする。

(6)　両物体に対する運動方程式を記せ。数式には括弧を用いずに表すこと。[m, k, x_1, x_2, v_1, v_2, a_1, a_2]

両物体の運動を調べるために，変数変換 $y_1=x_1+x_2$, $y_2=x_1-x_2$ を行う。また $y_j\,(j=1,2)$ に対応する速度を u_j，加速度を b_j で表す。

(7)　u_1 および b_2 を，元の変数を用いて表せ。[x_1, x_2, v_1, v_2, a_1, a_2]

(8)　(6)で求めた2つの運動方程式を，新しい変数を用いて書き直せ。[m, k, y_1, y_2, u_1, u_2, b_1, b_2]

(9)　時刻 $t=0$ での y_1 および u_2 の値，すなわち $y_1(0)$，$u_2(0)$ の値を記せ。[m, k, d]

(10)　$y_1(t)$，$y_2(t)$ を求めよ。[m, k, d, t]

また，それらの概形を解答用紙のグラフに示せ。$y_1(t)$ は実線，$y_2(t)$ は点線で示すこと。ただし $t \geqq 0$ であり，グラフの横軸にある T は(2)で求めた量である。

(11)　$x_2(t)$ を求めよ。[m, k, d, t]

質量 m の物体3つとばね定数 k のばね4つを用いて滑らかな水平面上に連結したばね振り子をつくった(図2)。全物体に力を加えないとき，それらはばねの自然長の位置(図2中の点 O_1，O_2，O_3)に静止している。物体 j(= 1，2，3)の点 O_j からの変位を，右方向を正にとり x_j で表す。また物体 j の速度を v_j，加速度を a_j で表す。

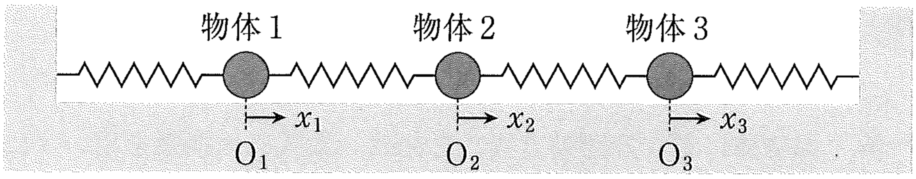

図2

全物体が静止している状況から，物体2のみに手で外力を加えて $x_2 = d$ となる位置に静止させた。このとき物体1，3も移動したのち静止した。その後，時刻 $t = 0$ に物体2からそっと手を離すと，3つの物体は運動を始めた。

(12) 3つの物体に対する運動方程式を記せ。数式には括弧を用いずに表すこと。[m，k，x_1，x_2，x_3，v_1，v_2，v_3，a_1，a_2，a_3]

3つの物体の運動を調べるために，変数変換 $y_1 = x_1 + \sqrt{2}\,x_2 + x_3$，$y_2 = x_1 - x_3$，$y_3 = x_1 - \sqrt{2}\,x_2 + x_3$ を行う。また y_j($j = 1，2，3$)に対応する速度を u_j，加速度を b_j で表す。

(13) (12)で求めた3つの運動方程式を，新しい変数を用いて書き直せ。[m，k，y_1，y_2，y_3，u_1，u_2，u_3，b_1，b_2，b_3]

(14) $y_2(t)$，$x_2(t)$ を求めよ。[m，k，d，t]

（注） 医学科の受験生は(1)から(11)までの全ての問題を，歯学科および保健衛生学科（検査技術学専攻）の受験生は(1)から(9)までを解答せよ。

2 電子（質量 m，電気量 $-e$）は波動性を示し，電子線を結晶に入射させると回折がおこる。図１のように，電子銃は，静止している電子を電位 $-V$（$V>0$）の電極Ｏから電位０の電極Ｐへ加速し，真空中に射出する。この電子線は，結晶に格子面１と角度 θ をなす向きから入射する。

最初に，図１のように，結晶の内部電位が一様に０で真空中の電位と等しい場合を考える。このとき，結晶中に入射した電子線は結晶表面（格子面１）で屈折せず直進する。結晶内に規則的に並ぶ原子によって電子線が回折し，格子面１，２から反射した電子線が干渉した。なお電子は，進む間にエネルギーを失ったり，電子線から失われることはないとする。格子面は平行であり，格子面間隔は d である。プランク定数を h とし，電気素量を e（>0）とする。また，角度 θ の単位はラジアンとし，電子に働く重力は無視できるとする。解答は，問題文末尾にある[ ]内の記号のうち必要なものを用いて表現すること。

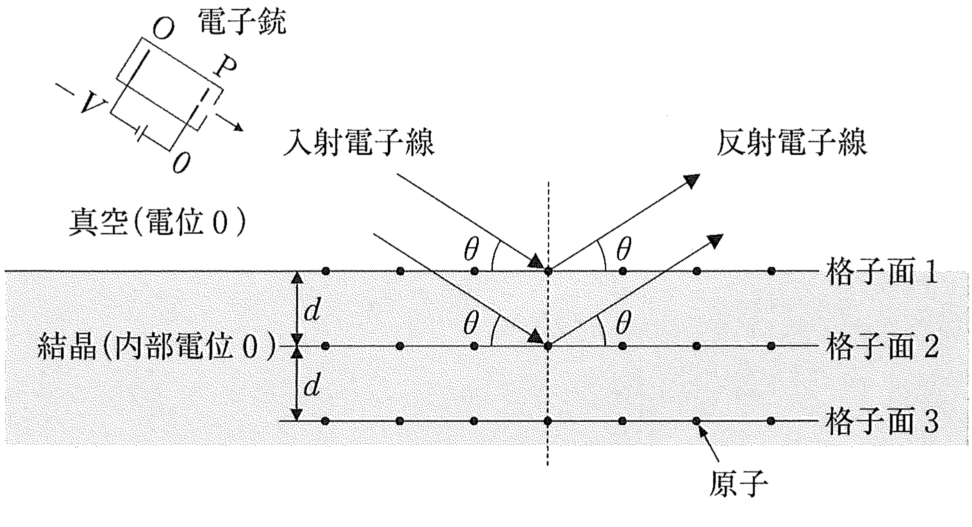

図１

(1) 結晶に入射直前の電子の速さ v_1 と，電子線の波長 λ_1 を求めよ。[e, h, m, V]

(2) 格子面 1，2 で反射した電子線が強め合う条件を求めよ。N を任意の正の整数とする。[d, N, θ, λ_1]

次に，電子銃の加速電圧 V を一定に保ち，電子線の結晶への入射角度 θ を $0 < \theta < \pi/2$ の範囲で 0 から少しずつ大きくした。

(3) 格子面 1，2 で反射した電子線が強め合う角度 θ が 1 つ以上存在する場合，入射電子線の波長 λ_1 に必要な条件を示せ。[d, λ_1]

(4) $\theta = \theta_A$ のとき，格子面 1，2 で反射した電子線が最初に強め合った。格子面間隔 d を求めよ。[V, θ_A, λ_1]

(5) 格子面間隔 $d = 4.4 \times 10^{-10}$ m の結晶に電子線を入射すると，反射電子線が $\theta_A = \pi/6$ で最初に強め合った。電子銃の加速電圧 V を V(ボルト)単位で有効数字 2 桁まで計算せよ。また，電子線の代わりに X 線を同じ結晶に入射しても問題(4)と同様の回折条件が成り立ち，反射 X 線が $\theta_A = \pi/6$ で最初に強め合った。入射 X 線の光子のエネルギーを eV 単位で有効数字 2 桁まで計算せよ。$m = 9.1 \times 10^{-31}$ kg，$h = 6.6 \times 10^{-34}$ J·s，$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C，光速を 3.0×10^8 m/s とする。

(6) 結晶の温度を下げると結晶が熱収縮し，格子面間隔 d が $d - \Delta d$ ($\Delta d > 0$) に減少した。このとき，最初に反射電子線が強め合う角度は，θ_A から $\theta_A + \Delta\theta_A$ ($\Delta\theta_A > 0$) に増加した。格子面間隔の相対変化 $\Delta d/d$ を求めよ。なお，Δd は d に比べて十分小さく，また $\Delta\theta_A$ も微小なため，この問題では，$\cos\Delta\theta_A \fallingdotseq 1$，$\sin\Delta\theta_A \fallingdotseq \Delta\theta_A$ と近似し，さらに微小量の 2 次以上の項は無視せよ。[θ_A, $\Delta\theta_A$]

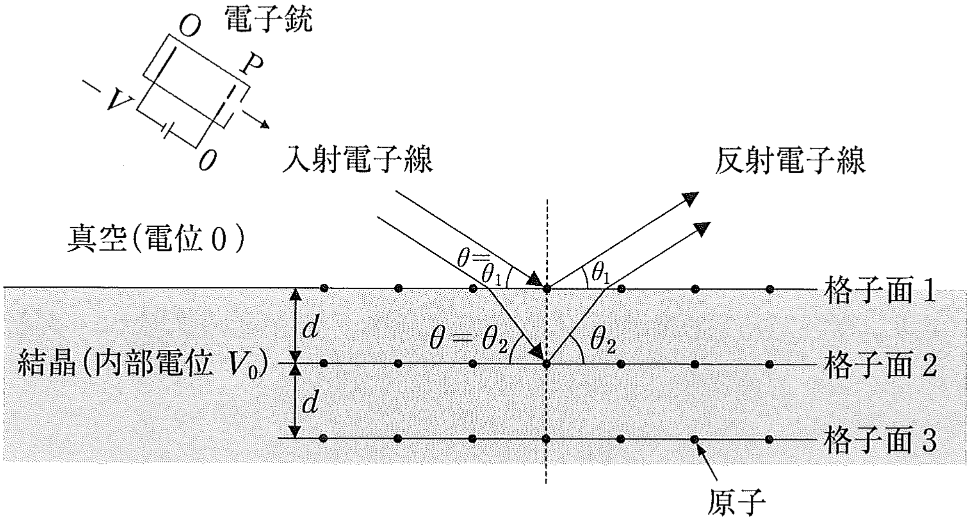

図2

結晶の温度を上昇させ，格子面間隔を d に戻した。以下の問題(7)-(11)では，真空中の電位は0であり，結晶の内部電位が真空中と比較して $V_0(>0)$ だけ一様に高い場合を考える。ただし，電位の変化は格子面1近傍の厚さが無視できる範囲内でのみ起こっているとする。このとき，結晶内へ入射した電子線は結晶表面(格子面1)で屈折する。図2のように，静止している電子を電子銃により電位 $-V$ の電極Oから電位0の電極Pへ加速し，真空中より電子線を結晶の格子面1に入射させた。入射角 θ を0から少しずつ大きくすると，$\theta=\theta_1$ のとき，格子面1，2からの反射電子線が強め合った。このとき，入射電子線は格子面1で屈折後，格子面2に角度 $\theta_2(>\theta_1)$ をなす向きで入射した。以下の問題に答えよ。

(7) 結晶入射前の電子線の波長 λ_1 と結晶中の電子線の波長 λ_2 の比 λ_2/λ_1 を

(i) V と V_0 を使って表せ。[V, V_0]

(ii) θ_1 と θ_2 を使って表せ。[θ_1, θ_2]

(8) 反射電子線が最初に強め合う条件を示せ。[d, λ_2, θ_2]

(9) V_0 を d, e, h, m, V, θ_1 を使って表せ。この問題の解答に使用できる三角関数は sin 関数のみとする。[d, e, h, m, V, θ_1]

(10) V_0 が V に比べて微小な場合，$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ も微小となる。$\Delta\theta$ を V_0 に比例する近似式として表せ。ここでは，$\cos\Delta\theta \fallingdotseq 1$，$\sin\Delta\theta \fallingdotseq \Delta\theta$，$|x|$ が 1 よりも十分小さい場合に成立する近似式 $(1+x)^{\alpha} \fallingdotseq 1 + \alpha x$ を用いよ。[V，V_0，θ_1]

同様の実験を電子の代わりに陽電子（質量 m，電気量 $+e$）を用いて行う。この時，電子銃の電極 O の電位を V に変更し，静止した陽電子を電極 O から P へ加速電圧 V で加速し，陽電子線を結晶へ入射させた。V は V_0 より大きいとする。なお陽電子は，進む間にエネルギーを失ったり，陽電子線から失われることはないとする。

(11) 陽電子線の入射角度 $0 < \theta < \pi/2$ の範囲で反射強度を測ると，電子線の場合に観測された反射強度の変動が見られず一定となる角度範囲があった。なお，陽電子線の強度とは，進行方向に垂直な断面を単位時間あたりに通過する陽電子の個数とする。

(i) 反射強度の変動が見られない物理的理由を説明せよ。

(ii) 反射強度が一定となる角度範囲内であるとき，入射強度に対する反射強度の比（反射強度／入射強度）を答えよ。

(iii) 反射強度が一定となる角度範囲を，以下のように $\sin\theta$ の範囲を表す不等式として示せ。空欄(1)には不等号を入れなさい。[V，V_0]

$$\sin\theta \ \boxed{\quad(1)\quad} \ \boxed{\quad(2)\quad}$$