$\boxed{1}$ 次の問に答えよ。

(1) 自然数 $m, n$ について，$2^m \cdot 3^n$ の正の約数の個数を求めよ。

(2) 6912 の正の約数のうち，12 で割り切れないものの総和を求めよ。

$\boxed{2}$ 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ について考える。

$$a_1 = 3, \qquad a_{n+1} = 3a_n - \frac{3^{n+1}}{n(n+1)} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

(1) $b_n = \dfrac{a_n}{3^n}$ とおくとき，$b_{n+1}$ を $b_n$ と $n$ の式で表せ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{3}$ $a$ を 0 でない実数とする。$C$ を $y=-x^3+x^2$ で表される曲線，$\ell$ を $y=a$ で表される直線とし，$C$ と $\ell$ は共有点をちょうど 2 つもつとする。

(1) $a$ の値を求めよ。

(2) $C$ と $\ell$ の共有点の $x$ 座標をすべて求めよ。

(3) $C$ と $\ell$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

$\boxed{4}$ 各面に 1 つずつ数が書かれた正八面体のさいころがある。「1」,「2」,「3」が書かれた面がそれぞれ 1 つずつあり，残りの 5 つの面には「0」が書かれている。このさいころを水平な床面に投げて，出た面に書かれた数を持ち点に加えるという試行を考える。最初の持ち点は 0 とし，この試行を繰り返す。例えば，3 回の試行を行ったとき，出た面に書かれた数が「0」,「2」,「3」であれば，持ち点は 5 となる。なお，さいころが水平な床面にあるとき，さいころの上部の水平な面を出た面とよぶ。また，さいころを投げるとき，各面が出ることは同様に確からしいとする。

(1) この試行を 2 回行ったとき，持ち点が 1 である確率を求めよ。

(2) この試行を 4 回行ったとき，持ち点が 10 以下である確率を求めよ。