

物 理

1 図1のように、斜面 PQR が 45° の角度をなして水平面 ST となめらかにつながっている。水平面の点 T の壁にはフックの法則に従うばね定数 k のばねの一端が固定され、他端には質量 $4m$ の小物体 A がつながっている。点 P, Q, R の水平面からの高さは、それぞれ h , $\frac{5}{6}h$, $\frac{1}{6}h$ である。点 P に質量 m の小物体 B を置いて静かに放したところ、斜面 PQR をすべり下りて水平面の点 S を通過し、水平面 ST を壁の方向に進んだ。重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

ただし、斜面 QR はあらいが、他の面はなめらかである。また、ばねの質量、および空気抵抗の影響は無視できるものとする。

問 1 小物体 B が点 Q に達する直前の速度 v_Q の大きさを m , g , h のうち必要なものを用いて表せ。

問 2 小物体 B が点 R に達したときの速度 v_R の大きさは v_Q の大きさの 2 倍であった。小物体 B が斜面 QR をすべり下りるときに小物体 B にはたらく摩擦力の大きさを m , g , h のうち必要なものを用いて表せ。

問 3 小物体 B と斜面 QR との間の動摩擦係数の値を求めよ。

水平面 ST を進んだ小物体 B は小物体 A と弾性衝突してはね返り、斜面 QR 上のある点 X で速度の大きさが 0 (ゼロ) になった。

問 4 小物体 A と小物体 B の衝突直後の速度を、それぞれ V , v とする。これらを m , g , h のうち必要なものを用いて表せ。ただし、図1の右方向を正とする。

問 5 小物体 A と小物体 B の衝突後、ばねは自然長から最大どれだけ縮むか。
 k , m , V を用いて表せ。ただし、ばねの縮む長さは自然長に比べて十分短かいものとする。

問 6 点 X の水平面からの高さはいくらか。求めよ。

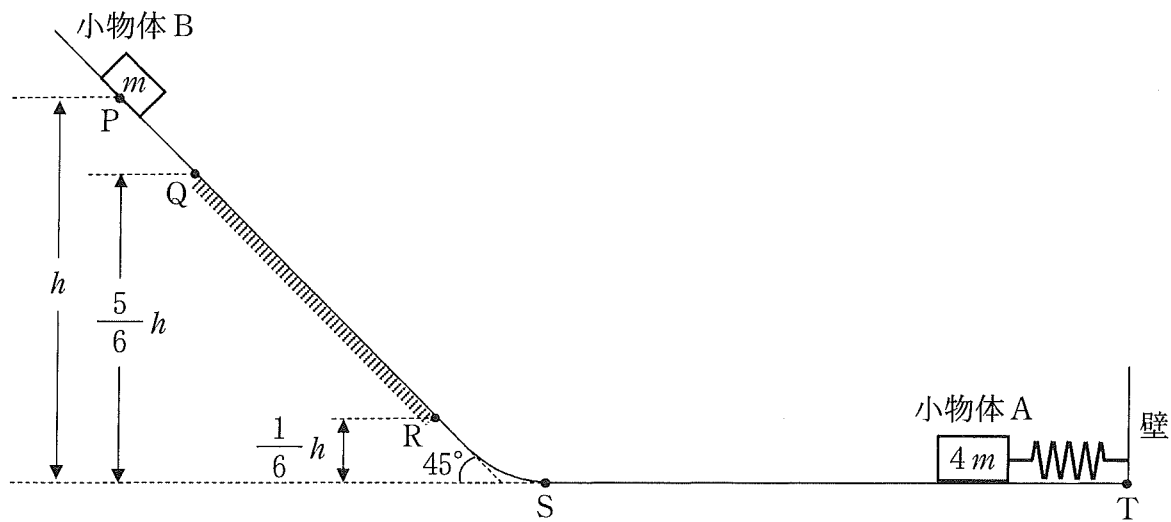


図 1

2 図 2-1 のように、真空中で、電気容量 C_0 の 2 つの同じ平行板コンデンサー A, B, 2 つのスイッチ S_1, S_2 , 電圧 V の電源を接続した。はじめ、2 つのスイッチは開いており、2 つのコンデンサーに電荷は蓄えられていない。以下の問いに答えよ。

問 1 平行板コンデンサーの極板の面積を S , 極板の間隔を d , および真空の誘電率を ϵ_0 として、コンデンサーの電気容量 C_0 を表せ。

2 つのスイッチをともに閉じて十分に時間が経ったのち S_1 だけを開いた。ここで、コンデンサー B の極板の間を、比誘電率 ϵ_r の誘電体で満たした (図 2-2)。

問 2 誘電体を入れて十分に時間が経った。このときのコンデンサー B の電荷量を Q , V , および ϵ_r を用いて表せ。

次に、 S_2 を開いてから S_1 を閉じた。十分に時間が経ってから S_1 を開き、コンデンサー A の極板の間隔を、はじめの a 倍 ($a > 1$) の ad に広げた (図 2-3)。

問 3 このときコンデンサー A の極板の間隔を広げるために、外から加えた力のした仕事を C_0, V, d, a のうち必要なものを用いて表せ。

次に、 S_2 を閉じて十分に時間が経った。

問 4 このときのコンデンサー B の極板間の電位差を C_0, V, ϵ_r, a のうち必要なものを用いて表せ。

問 5 ここでコンデンサー B の極板間の電位差が電源電圧 V と等しい場合、2 つのコンデンサーが蓄えている静電エネルギーの和はいくらになるか、 C_0, V, ϵ_r, a のうち必要なものを用いて表せ。

問 6 問 5 の場合，誘電体の比誘電率が $\epsilon_r = 2.0$ であるならば，コンデンサー A の極板の間隔 ad における a の値はいくらか，有効数字 2 桁で求めよ。

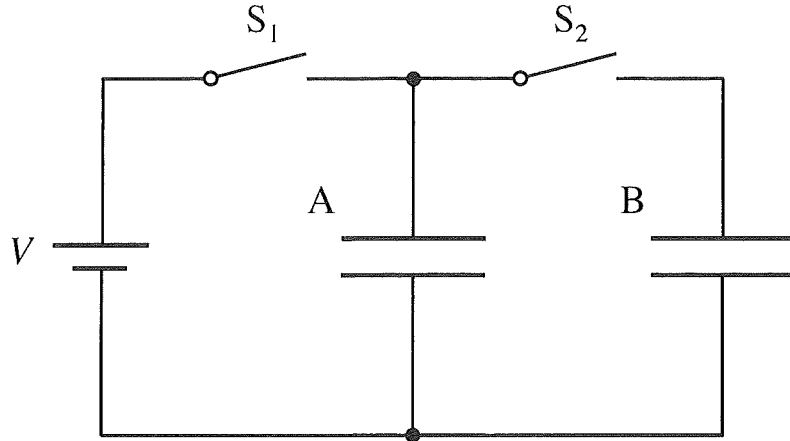


図 2-1

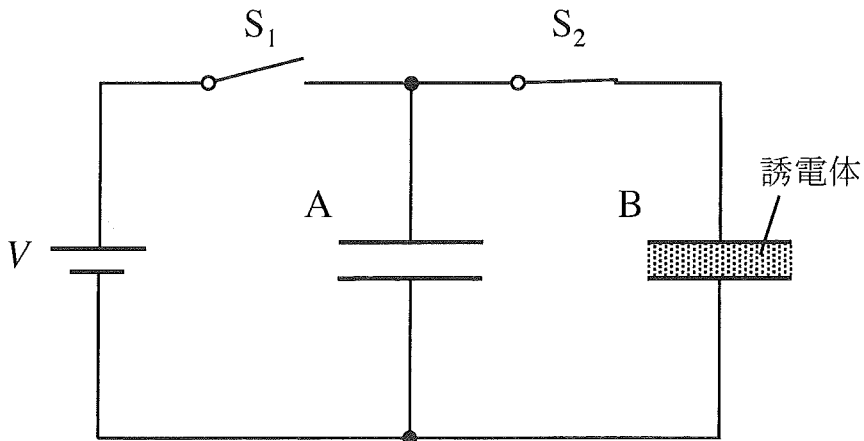


図 2-2

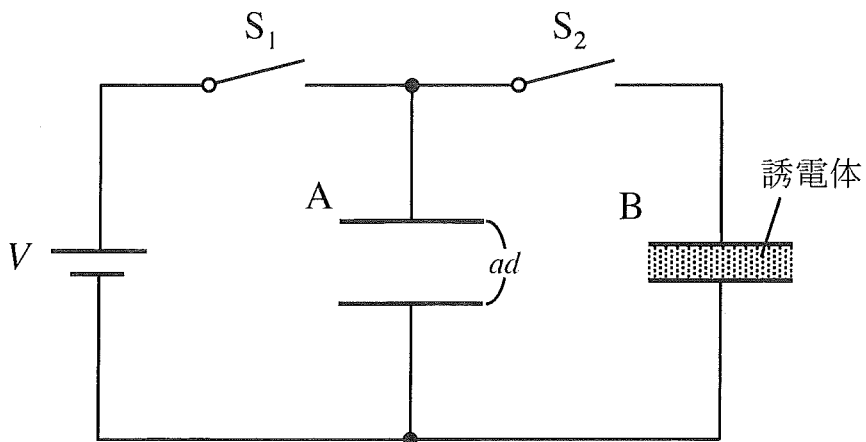


図 2-3

3 次の I と II の各問いに答えよ。

I. 図 3-1 のように、空気中で振動数 f_0 の音を発し続ける音源が点 O を中心に半径 r で等速円運動をしている。この音源から発せられる音を、音源の円軌道を含む同一平面内にあり、点 O から $2r$ 離れた点 P で観測したところ、観測された音の振動数は音源の運動とともに変化した。音源の等速円運動の周期を T 、速さを v_s 、音速を V として以下の問いに答えよ。ただし、風の影響は無視できるものとする。

問 1 点 P で観測される音の最大の振動数 f_H および最小の振動数 f_L を f_0 、 r 、 T 、 v_s 、 V のうち必要なものを用いてそれぞれ表せ。

問 2 点 P において、 f_H の音を観測してから最初に f_L の音が観測されるまでに要する時間を f_0 、 r 、 T 、 v_s 、 V のうち必要なものを用いて表せ。

問 3 音源が円周上を 1 回転する間に f_0 の音が 2 回観測された。点 P において、 f_H の音を観測してから最初に f_0 の音が観測されるまでに要する時間を f_0 、 r 、 T 、 V のうち必要なものを用いて表せ。

II. 図 3-2 のように、屈折率がそれぞれ n_1 、 n_2 の 2 種のガラス 1、2 からなる円柱状のガラス繊維(光ファイバー)が空気中に置かれている。この光ファイバーは、ガラス 2 でできた円柱(コア)の周りをガラス 1 でできた円筒(クラッド)で包んだ 2 層構造になっており、コアはクラッドよりも屈折率が大きくなっている($n_1 < n_2$)。また、コアとクラッドの中心軸は一致しており、光ファイバーの端面は中心軸に対して垂直である。この光ファイバーの端面から、光を中心軸となす角(入射角)を α で入射させたところ、空気とガラス 2 との境界面での屈折角は β であった。空気の屈折率を 1 として、以下の問いに答えよ。

問 4 $\sin \beta$ を求めよ。

問 5 ガラス 2 を伝わる光がガラス 1 との境界面で全反射した。臨界角を γ と
して、 $\sin \gamma$ を求めよ。

問 6 空気中から光ファイバーへ入射した光が光ファイバー中で全反射する
とき、 $\sin \alpha$ が満たす条件は以下となる。 に入る数式を n_1 , n_2 を
用いて示せ。

$$\sin \alpha < \text{ }$$

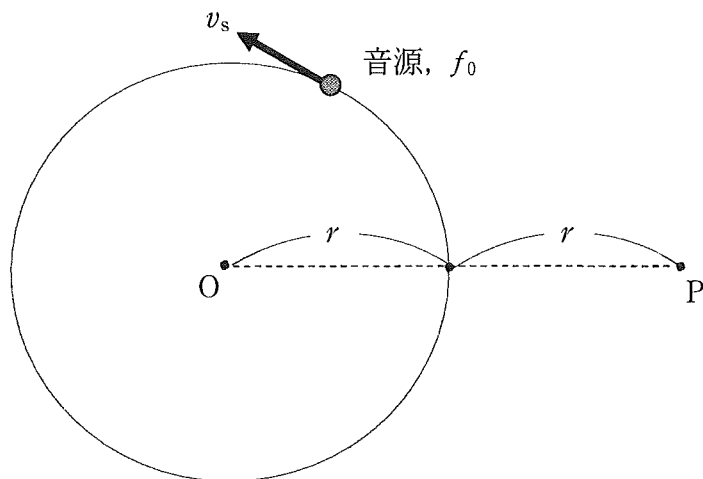


図 3-1

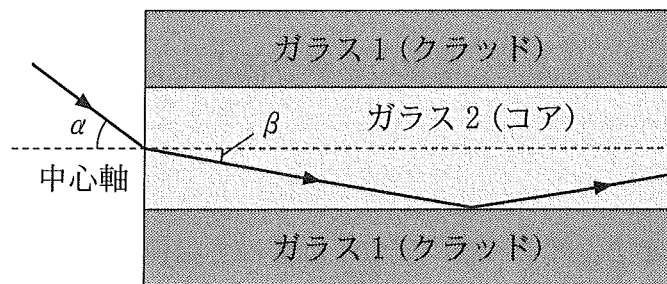


図 3-2

4 以下のⅠからⅢの文中にある(ア)から(サ)に適切な式や数値を入れよ。ただし、Ⅱについての有効数字は2桁とする。

Ⅰ. 1辺の長さが L [m]の断熱性の立方体容器内を、質量 m [kg]の理想気体の単原子分子 N 個が飛び回っている。このとき、それぞれの分子は、異なる一定の速さ v [m/s]で直線運動するが、運動の方向に偏りはなく、分子同士は衝突せず、容器の内壁面で弾性衝突をくり返しているものとする。

いま、 N 個の分子の速さの2乗の平均を $\overline{v^2}$ とすれば、 N 個の分子の運動エネルギーの総和 U [J]は(ア)となる。このとき、 N 個の分子は容器内壁と弾性衝突をくり返すので、それぞれの壁面垂直方向に加わる圧力の大きさは、 N 、 m 、 L 、 $\overline{v^2}$ を用いて、 $P =$ (イ)[Pa]と表すことができる。

ここで、容器内の気体の圧力 P [Pa]は理想気体の状態方程式を用いても表せる。すなわち、容器の体積を V [m³]とし、 N 、 T 、 k を用いて、 $P =$ (ウ)[Pa]と表せる。ただし、 T [K]は容器内の気体の絶対温度で、 k [J/K]はボルツマン定数である。したがって、 N 個の分子の運動エネルギーの総和 U [J]は、 N 、 T 、 k を用いて(エ)と表せる。

いま、立方体容器の体積を一定に保ったまま、容器内の気体を加熱し、気体の温度 T [K]を ΔT [K]上昇させた。このとき、分子一個あたりの平均運動エネルギーは(オ)だけ増している。

Ⅱ. X線も光も電磁波である。X線は波長の短い電磁波で、X線管と呼ばれる装置で発生させることができる。X線管内では、熱せられた陰極から飛び出した電子(熱電子)が高電圧によって加速され、陽極に衝突する。たとえば、加速電圧を30[kV]とすると、陽極の物質の種類によらず、最短波長(カ)[m]の連続X線が発生する。

一方、図4のような光電子管の陰極に光を照射すると電子が飛び出す。この電子を光電子と呼び、この光電子はすべて陽極に流れ込み光電流となる。たとえば、振動数 7.9×10^{14} [Hz]の光を陰極に照射しながら、陰極に対する陽極の電位を -10 [V]から $+10$ [V]まで増していくと、 -1.0 [V]以上のときに光

電流が流れる。飛び出した光電子のもつ最大運動エネルギーは(キ)[J]で、この陰極から光電子が飛び出すのに必要な最小のエネルギー(仕事関数と呼ばれ、陰極の物質の種類によってきまった値をもつ)は(ク)[J]であることがわかる。ただし、光の速さは 3.0×10^8 [m/s]、プランク定数は 6.6×10^{-34} [J·s]、電気素量は 1.6×10^{-19} [C]とする。

Ⅲ. 放射性同位体の原子核は不安定で、放射線を放出して別の原子核に変化する(放射性崩壊)。放射性崩壊には α 崩壊と β 崩壊がある。 α 崩壊では、電気素量の(ケ)倍の電気量を持つ α 粒子が放射線として放出される。一方、 β 崩壊では電子が放射線として放出される。放射性崩壊によって生成される原子核も不安定である場合が多く、安定な原子核となるまで α 崩壊や β 崩壊を続ける。たとえば、放射性のラジウム(${}^{226}_{88}\text{Ra}$)は、 α 崩壊を(コ)回、 β 崩壊を(サ)回くり返し、安定な鉛の同位体 ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ になる。

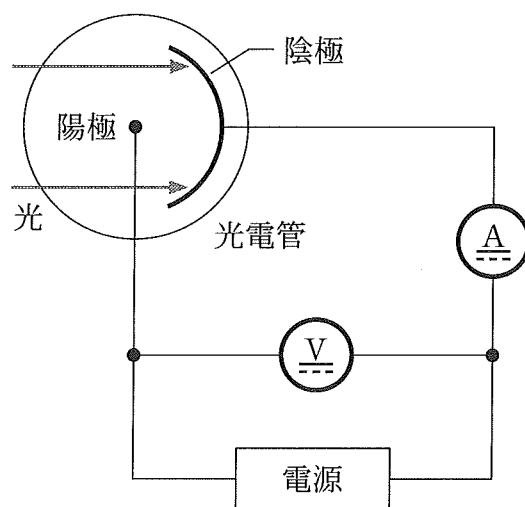


図 4