

[I] 次の文中の空欄 (ア) ~ (コ) にあてはまる式または数値を解答用紙 (一) の該当する欄に記入せよ。また、解答用紙 (一) の解答図 (I-A) には適切な速度を表す矢印と角 α を表す円弧を描け。ただし、 $a \geq 0$ と $b \geq 0$ に対して不等式 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ が成り立ち、この不等式の等号が $a = b$ のときに限って成り立つことを用いてもよい。

図1のように、質量 m_1 の粒子 A が、 x 軸上を正の向きに速さ v_0 で運動し、 x 軸上に静止している質量 m_2 ($\leq m_1$) の粒子 B に弾性衝突した。これら2粒子を1つの物体とみなしたときの重心 G は衝突の前後で等速度運動をし、G が移動する速さは (ア) である。衝突前の G から見た A の相対速度の大きさは (イ)、G から見た A と B の相対速度にもとづく運動量 (質量と相対速度の積) の和の大きさは (ウ) となる。衝突後、A は図1のように x 軸からそれる向きに運動し、B は x 軸の正の向きから角 ϕ の向きに弾き飛ばされた。

図2および解答図 (I-A) には、図1に示した衝突の直後の粒子 A と B のそれぞれの速度を表す矢印を示してある。等速度運動をする重心 G から見たときの衝突後の A の相対速度の向きと x 軸の正の向きとのなす角を α とする。解答図 (I-A) に、重心 G の速度を表す矢印、G から見た A と B のそれぞれの相対速度を表す2つの矢印、角 α を表す円弧を、それぞれ記入せよ。ただし、G の速度を表す矢印の始点を衝突位置に合わせ、G から見た A と B のそれぞれの相対速度を表す2つの矢印の始点を G の速度を表す矢印の終点に合わせる。

解答図 (I-A) に描いたベクトルのつくる形状と質量比より、衝突後の G から見た粒子 A と B の相対速度にもとづく運動量の和の大きさは (エ) である。また、粒子同士が弾性衝突する場合、衝突前後で一方から見た他方の相対速度の大きさは変化しないので、衝突後の G から見た B の相対速度の大きさは (オ) である。解答図 (I-A) に描いた矢印のつくる形状より、 α は、 ϕ を用いて、(カ) と表せる。また、図1に示した座標系から見た衝突後の B の速さは、解答図 (I-A) に描いた G の速度を表す矢印の終点から衝突直後の B の速度を表す矢印に垂線を下ろすとわかるように、 m_1, m_2, v_0, ϕ を用いて、(キ) と表せる。これより、衝突前の A の運動エネルギー E と衝突後の B の運動エネルギー T との比 $\frac{T}{E}$ は (ク) となる。したがって、ある ϕ において $\frac{T}{E}$ が最大となるのは、 m_1 を用いて、 $m_2 =$ (ケ) の場合である。この場合、弾性衝突によって最も効率よく A の運動エネルギーが B に移行され、G の速度を表す矢印の終点の位置の特性から、衝突後の A と B の軌道がなす角の大きさ

は (コ) となることがわかる。ただし、衝突後に A が静止することなく運動し、この角が定まる場合を考える。

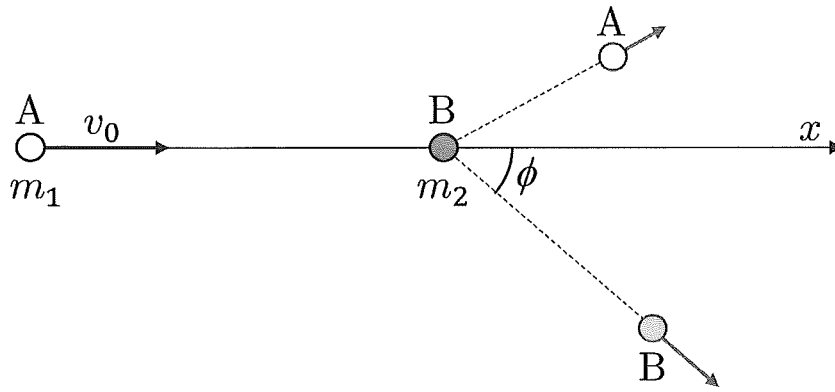


図 1

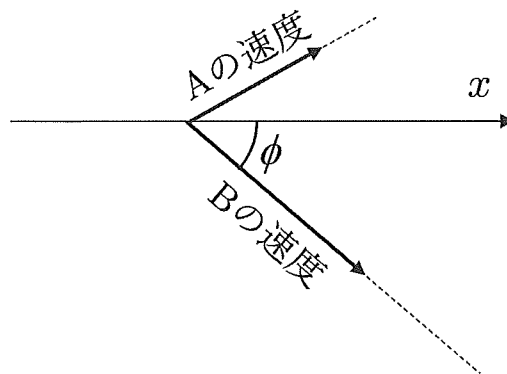


図 2

〔II〕 次の文中の空欄（ア）～（ク）にあてはまる式を解答用紙（一）の該当する欄に記入せよ。

抵抗の無視できない導線で作ったコイル L は、抵抗値 r $[\Omega]$ の抵抗と自己インダクタンス L $[H]$ のコイルが直列接続したものとみなすことができる。この r と L を測定するために、図1のように、 P_2P_3 間に検流計 G を、 P_2P_4 間に L を、 P_1P_2 、 P_3P_4 間にそれぞれ抵抗値 R_1 $[\Omega]$ 、 R_2 $[\Omega]$ の抵抗 R_1 、 R_2 を、 P_1P_3 間に可変抵抗と可変コンデンサーを並列に接続してブリッジ回路をつくった。 P_1P_4 間には、内部抵抗を無視できる起電力 E $[V]$ の直流電源と角周波数 ω $[\text{rad/s}]$ の交流電源とが、スイッチ S で切り替えられるように接続されている。

はじめ、図1の回路において、スイッチ S は開いており、可変コンデンサーに電荷は蓄えられていなかった。可変コンデンサーの電気容量を C $[F]$ に固定し、 S を端子 a に接続して、しばらくして可変抵抗を流れる電流が一定になった後に、可変抵抗の抵抗値を徐々に変化させたところ、その抵抗値が $\boxed{\text{ア}}$ $[\Omega]$ のときに検流計 G に電流が流れなくなった。この測定からコイル L の抵抗値 r は求まる。 G に電流が流れなくなったときの可変コンデンサーが蓄える静電エネルギーは $\boxed{\text{イ}}$ $[J]$ であり、自己インダクタンス L のコイルが蓄えるエネルギーは $\boxed{\text{ウ}}$ $[J]$ である。

つぎに、スイッチ S を端子 a から離して可変コンデンサーに蓄えられた電荷を放電し終えたのちに、 S を端子 b に接続した。可変抵抗の抵抗値と可変コンデンサーの電気容量を調節したところ、それらの抵抗値が R_0 $[\Omega]$ 、電気容量が C_0 $[F]$ のときに検流計 G に電流が流れなくなった。このとき、時刻 t $[s]$ において抵抗 R_1 、 R_2 を図1に示された矢印の向きに流れる電流を、それぞれ $I_1 \sin \omega t$ $[A]$ 、 $I_2 \sin(\omega t + \phi)$ $[A]$ と表す。ただし、 ϕ $[\text{rad}]$ は両電流の位相差である。コイル L は図1のように抵抗とコイルの直列接続とみなされ、電流の位相を基準にとり電圧に対応するベクトル表現で考えてもわかるように、 L のインピーダンスは $\boxed{\text{エ}}$ $[\Omega]$ と表すことができる。 P_2P_4 間と P_3P_4 間の交流電圧が等しいことから両者の位相も等しく、 ϕ は r 、 L 、 ω を用いて、 $\tan \phi = \boxed{\text{オ}}$ と表すことができる。 P_1P_2 間と P_1P_3 間の交流電圧が等しいことから、時刻 t において可変コンデンサーを流れる交流電流は、 C_0 、 I_1 、 R_1 、 t 、 ω を用いて、 $\boxed{\text{カ}}$ $[A]$ と表すことができる。 P_1P_3 間は可変抵抗と可変コンデンサーが並列接続となっており、電圧の位相を基準にとり電流に対応するベクトル表現で考えてもわかるように、 P_1P_3 間と P_3P_4 間に流れる交流電流が等しいことから、 C_0 、 R_0 、 ω

を用いて、 $\tan \phi = \text{〔キ〕}$ と表すことができる。このとき、Gに電流が流れていないことから P_1P_2 と P_2P_4 、 P_1P_3 と P_3P_4 はそれぞれ直列接続とみなせて、 $I_1 \sin \omega t$ の位相と同じ位相の電圧に対応するベクトル表現で考えてもわかるように、 r は R_0 、 R_1 、 R_2 を用いて表すことができる。加えて $I_1 \sin \omega t$ の位相と $\frac{\pi}{2}$ ずれた位相の電圧に対応するベクトル表現で考えてもわかるように、 L の自己インダクタンス L は、 C_0 、 R_1 、 R_2 を用いて、 〔ク〕 [H] と表すことができる。

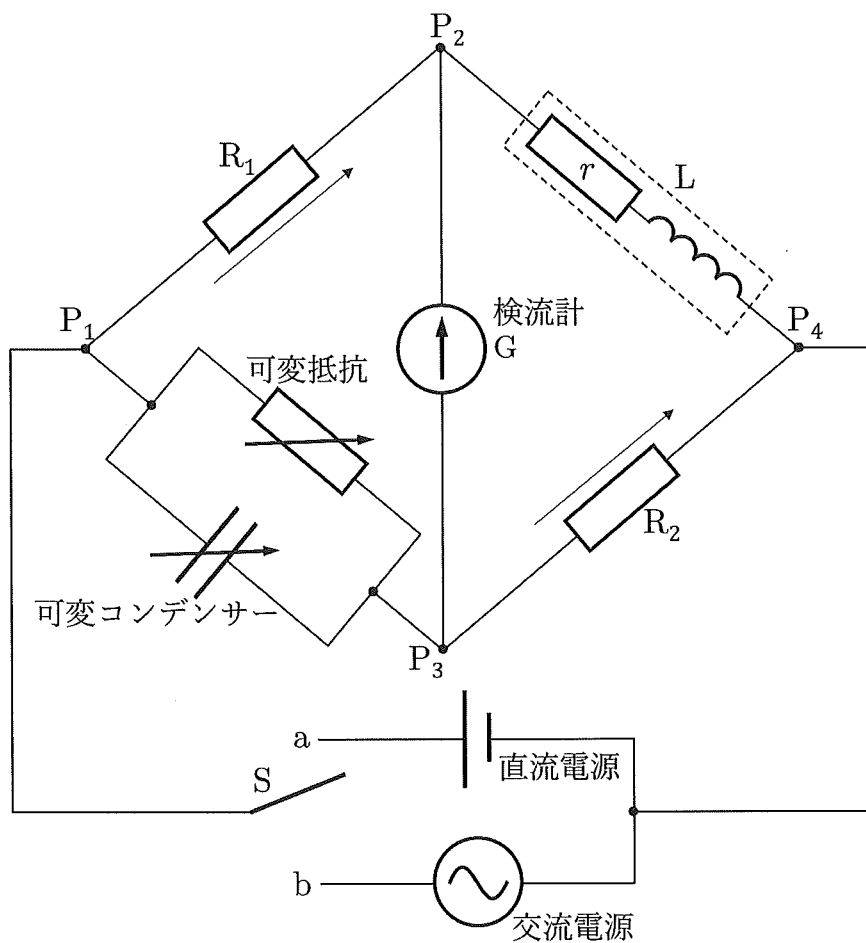


図1

〔 III 〕 次の文中の空欄 (ア) ~ (ク) にあてはまる式を解答用紙 (二) の該当する欄に記入せよ。また、解答用紙 (二) の解答図 (III-A) には適切なグラフの概形を描け。ただし、大気圧を p_0 [Pa] とする。

図 1 のように、断面積 S_1 [m²] のシリンダーが水平な台の上に固定され、シリンダー内に単原子分子理想気体 A がなめらかに動くピストンで封入されている。シリンダーとピストンは断熱材でできていて、シリンダー内にはストッパーと温度調節器が取り付けられている。ストッパーと温度調節器の体積は A の体積に比べて無視できるとする。はじめ、A の温度は T_1 [K] で、ピストンはシリンダー内の左端から l_1 [m] 離れた位置で静止していた。温度調節器のスイッチを入れて A を冷やしていくと、ピストンはゆっくり移動し、シリンダー内の左端から距離 $\frac{4}{5}l_1$ [m] の位置にあるストッパーに達して静止した。ピストンがストッパーに達したときの A の温度は (ア) [K] であり、このときまでに周囲の大気がピストンを通して A にした仕事は (イ) [J] である。ピストンがストッパーに達して静止した後も冷却し続けたところ、A の温度は $\frac{2}{3}T_1$ [K] となった。このときの A の圧力は (ウ) [Pa] である。A の温度が T_1 であった初期状態から温度調節器で冷却して A の温度が $\frac{2}{3}T_1$ [K] となるまでの間に、温度調節器が吸収した熱量は (エ) [J] である。

図 2 のように、断面積 S_2 [m²] の密閉されたシリンダーが水平な台の上に固定されている。シリンダー内は 2 つのなめらかに動くピストンによって区切られ、左側と右側の空間には同じ物質量の単原子分子理想気体 B と C がそれぞれ封入されている。2 つのピストンはばねでつながれていて、ピストンで挟まれた空間は真空である。シリンダーとピストンは断熱材でできていて、左側と右側の空間にはそれぞれ温度調節器が取り付けられている。温度調節器の体積は B や C の体積に比べて無視できるとする。はじめ、B と C は共に温度が T_2 [K]、圧力が p_2 [Pa] で、2 つのピストンはシリンダー内の左右の端からそれぞれ l_2 [m] 離れた位置で静止していた。両方の温度調節器のスイッチを入れて、C の温度を T_2 [K] に保ちながら B を冷やしていくと、2 つのピストンはそれぞれゆっくり移動した。しばらくして両方の温度調節器のスイッチを同時に切ると、図 3 のように、左側のピストンはシリンダー内の左端から $\frac{4}{5}l_2$ [m] 離れた位置で、右側のピストンはシリンダー内の右端から $\frac{8}{7}l_2$ [m] 離れた位置で静止した。このときの C の圧力は (オ) [Pa] であり、B と C の圧力が等しいことに注意すると、ばね定数は (カ) [N/m]、B の温度は (キ) [K] と求

まる。ピストンが動きはじめてから静止するまでの間に、BとCの体積の和は $2S_2l_2$ から $(\frac{4}{5} + \frac{8}{7})S_2l_2 = \frac{68}{35}S_2l_2$ に変化している。この状態変化におけるBとCの体積の和とBとCの圧力との間の関係を表すグラフの概形を、解答図(III-A)に描け。この状態変化の間に、ばねがピistonを通してBとCにした仕事は $\boxed{\text{(ク)}}$ [J] である。

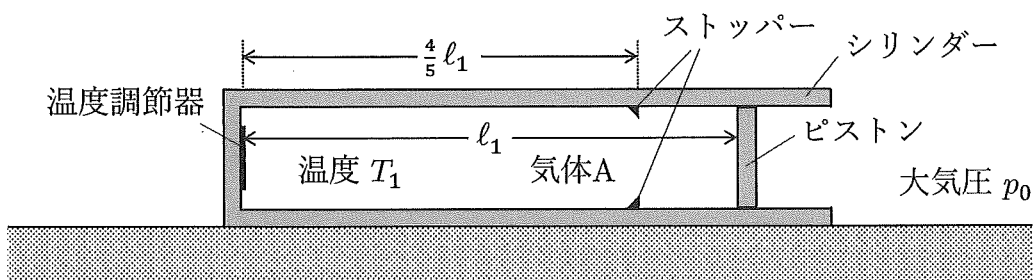


図1

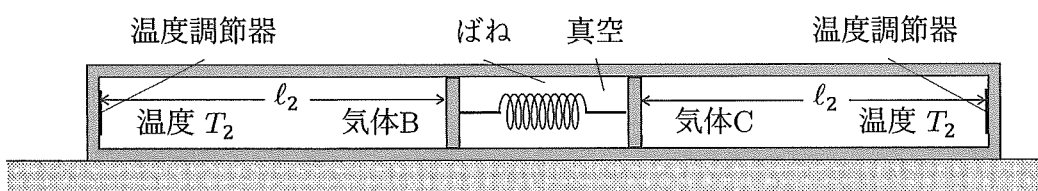


図2

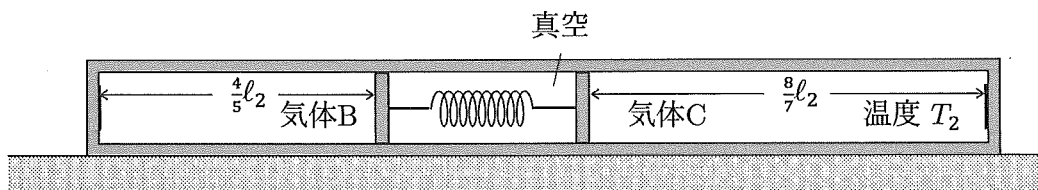


図3