第1問

Ⅰ すべりだす直前の最大の加速度の大きさを a とすると，運動方程式より，$ma = \mu mg$

$\therefore a = \underline{\mu g}$

Ⅱ(1) 剛体棒とともに円運動する観測者から見ると，剛体棒には重心の位置を作用点とする大きさ $m\dfrac{{v_0}^2}{R}$ の遠心力がはたらく。

路面と剛体棒の接触点を支点とした力のモーメントのつり合いより，

$$mg\frac{L}{2}\cos\theta = m\frac{{v_0}^2}{R}\cdot\frac{L}{2}\sin\theta \qquad \therefore\quad \tan\theta = \underline{\frac{gR}{{v_0}^2}}$$

(2) 剛体棒とともに円運動する観測者から見ると，力のつり合いより，摩擦力の大きさは $m\dfrac{{v_1}^2}{R}$

すべりだす直前で速さが最大で最大摩擦力がはたらくので，$m\dfrac{{v_1}^2}{R} = \mu mg \qquad \therefore\quad v_1 = \underline{\sqrt{\mu gR}}$

(3) 進行方向の摩擦力の成分の大きさ f' は，$f' = ma$ である。

中心方向の摩擦力の成分の大きさは，ごく短時間の加速のため $m\dfrac{{v_0}^2}{R}$ と近似できる。

静止摩擦力の大きさは，進行方向と中心方向の成分を合成して，$\underline{\sqrt{\left(m\dfrac{{v_0}^2}{R}\right)^2 + (ma)^2}}$

(4) すべりだす直前で加速度の大きさ最大なので，$\sqrt{\left(m\dfrac{{v_0}^2}{R}\right)^2 + (ma)^2} = \mu mg$

$$\therefore\quad a = \underline{\sqrt{(\mu g)^2 - \left(\frac{{v_0}^2}{R}\right)^2}}$$

Ⅲ (1) 剛体棒とともに円運動する観測者から見ると，剛体棒には $m\dfrac{{v_0}^2}{R}$ の遠心力がはたらく。

路面と剛体棒の接触点を支点とした力のモーメントのつり合いより，

$$mg\frac{L}{2}\cos\theta = m\frac{{v_0}^2}{R}\cdot\frac{L}{2}\sin\theta \qquad \therefore\quad \tan\theta = \underline{\frac{gR}{{v_0}^2}}$$

(2) すべりだす直前で速さが最大で，静止摩擦力は最大摩擦力になる。路面からはたらく垂直抗力の大きさを N とする。

路面に平行な方向の力のつり合いより，$\mu N + mg\sin\varphi = m\dfrac{{v_2}^2}{R}\cos\varphi$

路面に垂直な方向の力のつり合いより，$N = mg\cos\varphi + m\dfrac{{v_2}^2}{R}\sin\varphi$

２式より，　$\underline{v_2 = \sqrt{\dfrac{\mu + \tan\varphi}{1 - \mu\tan\varphi}gR}}$

(3)　$\dfrac{v_2}{v_1} = \sqrt{\dfrac{1 + \dfrac{1}{\mu}\tan\varphi}{1 - \mu\tan\varphi}} > 1$ となるので，勾配がついていると，より大きな速さで等速円運動ができるため。

第2問

Ⅰ 微小な時間Δt内に導体棒が横切る部分の面積は $\frac{1}{2}l^2\omega_1\cdot\Delta t$ となり，ここを貫く磁束は $\Delta\Phi=\frac{1}{2}Bl^2\omega_1\cdot\Delta t$

となる。ファラデーの電磁誘導の法則より，導体棒に生じる起電力の大きさは，

$$E_1=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{1}{2}Bl^2\omega_1 \quad \text{ゆえに，} \quad \alpha=\underline{\frac{1}{2}Bl^2}$$

Ⅱ(1) 導体棒を流れる電流の大きさは， $I=\frac{V}{R}$

よって，導体棒が磁場から受ける力の大きさは， $IBl=\frac{VBl}{R}$

したがって，導体棒にはたらく力のモーメントの大きさは， $IBl\cdot\frac{l}{2}=\underline{\frac{VBl^2}{2R}}$

(2) <u>(あ)</u>

(3) 導体棒の角速度が一定となっているので，導体棒にはたらく力のモーメントが０となっている。すなわち回路に流れる電流が０となっているので，キルヒホッフの第２法則より，

$$V=\alpha\omega_2 \qquad \text{よって，} \quad \omega_2=\underline{\frac{V}{\alpha}}=\underline{\frac{2V}{Bl^2}}$$

Ⅲ 導体棒に生じる誘導起電力の大きさは$\alpha\omega_3$なので，コンデンサー１に蓄えられている静電エネルギーは

$$\underline{\frac{1}{2}C_1(\alpha\omega_3)^2}=\underline{\frac{1}{8}C_1(Bl^2\omega_3)^2}$$

Ⅳ(1) 導体棒に生じる誘導起電力の大きさは$\alpha\omega$なので，静電エネルギーは$\frac{1}{2}Q_2(\alpha\omega)$となる。よって，

$$\frac{1}{2}Q_2(\alpha\omega)=\frac{1}{2}\beta\omega^2 \quad \text{より，} \quad Q_2=\underline{\frac{\beta}{\alpha}\omega} \qquad \text{また，} \quad C_2=\frac{Q_2}{\alpha\omega}=\underline{\frac{\beta}{\alpha^2}}$$

(2) 十分時間が経過した後，２つのコンデンサーの電圧は等しいので，それをV'とする。コンデンサー１とコンデンサー２に蓄えられた電荷の和は変化しないので，

$$C_2V=(C_1+C_2)V' \quad \text{よって，} \quad V'=\frac{C_2}{C_1+C_2}V$$

コンデンサー１に蓄えられている静電エネルギーは， $\frac{1}{2}C_1V'^2=\underline{\frac{C_1C_2{}^2}{2(C_1+C_2)^2}V^2}$

(3) $\frac{1}{2}C_1(\alpha\omega_3)^2=\frac{C_1C_2{}^2}{2(C_1+C_2)^2}V^2$ より， $\omega_3=\underline{\frac{C_2V}{\alpha(C_1+C_2)}}$

第3問

Ⅰ(1)　レンズと物体の距離をa，レンズと実像の距離をb，焦点距離をdとすると物体と実像とレンズの位置関係を表すレンズの式は

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{d}$$

である。レンズと物体の距離aが十分に大きければ$\frac{1}{b}\fallingdotseq\frac{1}{d}$となるので，$b=d$とすればよい。

(2)　（ア）$h=\frac{Hd}{D}$，（イ）長い　（b）

(3)　L_3の焦点距離をfとすると，物体と像と凹レンズの位置関係を表すレンズの式より

$$\frac{1}{-d}+\frac{1}{3d}=\frac{1}{-f}$$　となるので，$f=\frac{3}{2}d$

L_3と光線 ㋐ の交点の光軸からの距離は$\frac{w}{5}$になる。$\tan\alpha=\frac{\frac{w}{5}}{3d}=\frac{w}{15d}$

(4)　求める焦点距離をf'とすると$\frac{w}{f'}=\tan\alpha$でなければならないので，　$f'=15d$

(5)　単一の凸レンズの場合よりもレンズとスクリーンの距離を短くできる。

Ⅱ(1)

$$\overline{\mathrm{W_2Q}}=\sqrt{(d\cos\beta-x)^2+(d\sin\beta-y)^2}$$

$$=d\sqrt{1-2\left(\frac{x}{d}\cos\beta+\frac{y}{d}\sin\beta\right)+\left(\frac{x}{d}\right)^2+\left(\frac{y}{d}\right)^2},$$

$$\overline{\mathrm{W_1Q}}=\sqrt{(d-x)^2+y^2}=d\sqrt{1-2\frac{x}{d}+\left(\frac{x}{d}\right)^2+\left(\frac{y}{d}\right)^2}$$ なので

$\left|\frac{x}{d}\right|$，$\left|\frac{y}{d}\right|\ll 1$より，これらの２乗の項を無視する近似を用いて

$$\overline{\mathrm{W_2Q}}\fallingdotseq d-(x\cos\beta+y\sin\beta),\quad \overline{\mathrm{W_1Q}}\fallingdotseq d-x$$

$$\Delta L=\overline{\mathrm{W_2Q}}-\overline{\mathrm{W_1Q}}=x(1-\cos\beta)-y\sin\beta$$

(2) Ⅱ(1)より$x=0$，$\Delta L=\frac{\lambda}{2}$を代入して，$|y|=\frac{\lambda}{2\sin\beta}$

(3) $\tan\beta=\dfrac{R}{d}=\dfrac{5}{12}$ より $\sin\beta=\dfrac{5}{13}$，　ボケの大きさは $\dfrac{5.0\times10^{-7}}{2\times\dfrac{5}{13}}=\underline{6.5\times10^{-7}\,\mathrm{m}}$，

像と物体の大きさの比は $\dfrac{D}{d}$ なので，

物体上でのボケに対応する大きさは $\dfrac{1.2\times10^{2}}{12\times10^{-2}}\times6.5\times10^{-7}=\underline{6.5\times10^{-4}\,\mathrm{m}}$

(4) II(1)より $y=0$，$\Delta L=\dfrac{\lambda}{2}$ を代入して，$x=\underline{\dfrac{\lambda}{2(1-\cos\beta)}}$