

1

(a) エネルギー保存則より, $\frac{1}{2}k(2h-\ell)^2 = \frac{1}{2}mV_0^2 + \frac{1}{2}k(h-\ell)^2$ よって, $V_0 = \sqrt{\frac{k}{m}h(3h-2\ell)}$

(b) $F_x = -k\left(\sqrt{h^2+x_p^2}-\ell\right) \cdot \frac{x_p}{\sqrt{h^2+x_p^2}} = -k\left(1-\frac{\ell}{\sqrt{h^2+x_p^2}}\right)x_p$

(c) (ア) $\frac{\ell}{\sqrt{h^2+x_p^2}} = \frac{\ell}{h\sqrt{1+\left(\frac{x_p}{h}\right)^2}} \doteq \frac{\ell}{h}$ なので, $F_x \doteq -k\left(1-\frac{\ell}{h}\right)x_p$

(イ) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k\left(1-\frac{\ell}{h}\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{mh}{k(h-\ell)}}$

(d) $B = B_0$ のとき, 運動し始めた物体 P と物体 Q はともに $x = 0$ で速度が 0 となるので, エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2}k\left(\sqrt{h^2+(2B_0)^2}-\ell\right)^2 = \frac{1}{2}k(\ell-h)^2 \quad \text{よって, } B_0 = \sqrt{\ell(\ell-h)}$$

(e) 物体 P にはたらく力の x 成分が負から正に変わるのは, ばねが自然長になったときだから,

$$x_1 = -\sqrt{\ell^2-h^2}$$

また, エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2}k\left(\sqrt{h^2+C^2}-\ell\right)^2 = \frac{1}{2}mV_1^2 \quad \text{よって, } V_1 = \left(\sqrt{h^2+C^2}-\ell\right)\sqrt{\frac{k}{m}}$$

(f) V_1 が最小の V_2 となる場合, 物体 P と Q が同一の x 座標上に並んだときに同じ速度で運動する。

このときの速度を u として,

$$\text{運動量保存則より, } mV_2 = 2mu$$

$$\text{エネルギー保存則より, } \frac{1}{2}mV_2^2 = \frac{1}{2}(2m)u^2 + \frac{1}{2}k(\ell-h)^2$$

$$\text{以上 2 式より } u \text{ を消去して, } V_2 = (\ell-h)\sqrt{\frac{2k}{m}}$$

(g) $C_0 = \sqrt{\frac{3}{2}}\ell$

2

[A]

(a) $I = -\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ (b) $V_s : \textcircled{2}$ $I : \textcircled{1}$ $E_C : \textcircled{6}$ $E_L : \textcircled{5}$ (c) $\frac{\pi}{2}\sqrt{LC}$

[B]

(d) 電荷が不変で、電気容量が $\frac{1}{a}$ 倍となるので、 V_s の最大値は aV

操作(2)の後 V_s が最大値をとる時刻は、 $\frac{1}{4} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{LC}{a}}$ だけ時間が経った後だから、

$$\left(1 + \frac{1}{\sqrt{a}}\right) \frac{\pi}{2} \sqrt{LC}$$

[C]

(e) エネルギー保存則より、 $\frac{1}{2} \frac{C}{a} (aV)^2 = \frac{1}{2} LI_1^2 = \frac{1}{2} \frac{C}{b} V_1^2$

$$V_s \text{ の最大値は } V_1 = \sqrt{ab} V \quad I \text{ の最大値は } I_1 = \sqrt{\frac{aC}{L}} V$$

[D]

(f) はじめの操作(2)で電圧が a 倍となり、その後の操作(2)では、 $\frac{a}{b}$ 倍となる。また、操作(3)の後

はエネルギー保存則より、電圧の最大値が $\sqrt{\frac{b}{a}}$ 倍となる。以上より、 V_s の最大値は

$$V \times a \times \left(\frac{a}{b}\right)^{N-1} \times \left(\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^N = \sqrt{\frac{a^N}{b^{N-2}}} V$$

また、必要十分条件は、 $ab > 1$ かつ $a \geq b$

(g) $a=2$, $b=1$ のとき、 V_s の最大値は $\sqrt{2^N} V$ なので

$$\frac{1}{2} C \left(\sqrt{2^N} V\right)^2 - \frac{1}{2} CV^2 = \frac{2^N - 1}{2} CV^2$$

[E]

(h) V_s の最大値 : bV , I の最大値 : $\sqrt{\frac{bC}{L}} V$

(i) 0

3

[A]

(a) 状態方程式は,

$$\text{状態 1 : } p_0 V_1 = n R T_0 \cdots \text{①} \quad \text{状態 2 : } p_0 V_2 = (n - n_\ell) R T_0 \cdots \text{②}$$

$$\text{①より, } n = \frac{p_0 V_1}{R T_0} \quad \text{②より, } n_\ell = n - \frac{p_0 V_2}{R T_0} = \frac{p_0}{R T_0} (V_1 - V_2)$$

$$(b) \quad W_{12} = p_0 (V_1 - V_2)$$

(c) 気体が凝縮するとき放出する熱は $n_\ell L$ であり, 熱力学第一法則より,

$$\Delta U_{12} = (-n_\ell L) + W_{12} = -n_\ell L + n_\ell R T_0$$

[B]

(d) 定積変化ゆえ気体は仕事をしない。状態 2 から状態 3 の熱力学第一法則より,

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + 0 = \Delta U_{13} - \Delta U_{12} = n C_V \Delta T - \Delta U_{12}$$

[C]

(e) (i) 3 (ii) 4 (iii) 2 (iv) 1(f) $\gamma = \frac{C_V + R}{C_V} = 1 + \frac{R}{C_V}$ である。また, $pV^\gamma = \text{一定}$ を書き直すと $TV^{\gamma-1} = \text{一定}$ となる。

これらを用いて,

$$T_4 V_1^{\gamma-1} = (T_0 + \Delta T) V_2^{\gamma-1} \quad \text{よって, } T_4 = (T_0 + \Delta T) \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{R}{C_V}}$$

(g) 状態 3 から状態 4 は断熱変化だから, 熱力学第一法則より,

$$0 = \Delta U_{34} + W_{34} \quad \text{よって, } W_{34} = -\Delta U_{34} = -n C_V \{T_4 - (T_0 + \Delta T)\} = n C_V (T_0 + \Delta T - T_4)$$

サイクル 1 周での正味の仕事は,

$$W = (-W_{12}) + W_{34} = -n_\ell R T_0 + n C_V (T_0 + \Delta T - T_4)$$

$$(h) \quad e = \frac{W}{Q_{23}} = \frac{n C_V (T_0 + \Delta T - T_4) - n_\ell R T_0}{n C_V \Delta T - \Delta U_{12}} = \frac{n C_V (T_0 + \Delta T - T_4) - n_\ell R T_0}{n C_V \Delta T + n_\ell L - n_\ell R T_0} = \frac{2}{29}$$