

1 (ここには1の解答を記入すること。)

問(1)(a) 考え方や計算の過程:

小球について 斜面AC方向の力のつり合いより,  
 $k d = mg \sin \theta \dots \textcircled{1}$   $\textcircled{1}$ よりdについて解く。

$$\text{結果: } d = \frac{mg \sin \theta}{k}$$

(b) 考え方や計算の過程:

点Bを含む水平面を重力による位置エネルギーの基準とする。  
 力学的エネルギー保存則  $mg(-3d \sin \theta) + \frac{1}{2} k (3d)^2 = \frac{1}{2} m v_0^2$

$\textcircled{1}$ 式を代入して  $v_0$  について解く。  $\text{結果: } v_0 = d \sqrt{\frac{3k}{m}}$

(c) 考え方や計算の過程:

力学的エネルギー保存則  $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mg R \cos \theta$  であり  
 $v_1$  について解く。

$$\text{結果: } v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2gR \cos \theta}$$

(d) 考え方や計算の過程:

点Cにおいて 鉛直面内の円運動の運動方程式  
 $m \frac{v_c^2}{R} = mg \cos \theta$  であり  $v_c$  について解く。

$$\text{結果: } v_c = \sqrt{gR \cos \theta}$$

(e) 考え方や計算の過程:

鉛直上向きを正とし、点Cから点Eまで小球が運動する時間を  $T$  とする。  
 等加速度運動の式より、 $-v_1 \sin \theta = v_1 \sin \theta + (-g)T \dots \textcircled{2}$

$2R \sin \theta = v_1 \cos \theta \times T \dots \textcircled{3}$   $\textcircled{2}$ 式と $\textcircled{3}$ 式より、 $v_1^2 = \frac{gR}{\cos \theta}$

これを問(c)の結果に代入して  $v_0$  について解く。  
 $\text{結果: } v_0 = \sqrt{gR \left( 2 \cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} \right)}$

1 (表より続く。)

問(2)(a) 考え方や計算の過程: 斜面EGに沿ってEからGへ向かう向きを正とする。

衝突直後の小球の速度を  $v_2$  とすると、運動量保存則  $mv_0 = mv_2 + Mv_2$   
 反発係数の式  $v_0(-1) = v_2 - v_2 \dots \textcircled{5}$   $\textcircled{4}$ 式と $\textcircled{5}$ 式を解いて  $v_2, v_2$  を  
 得る。  $v_2 < 0$  であり、  $v_2 = |v_2|$  である。

$$\text{結果: } v_2 = \frac{M-m}{M+m} v_0 \quad v_2 = \frac{2m}{M+m} v_0$$

(b) 考え方や計算の過程:

小物体に作用する動摩擦力の大きさは  $\mu' Mg \cos \theta$  である。小物体について  
 力学的エネルギー保存則より、  $\frac{1}{2} M v_2^2 - \mu' Mg \cos \theta \times L = Mg(-L \sin \theta)$   
 について  $L$  について解く。

$$\text{結果: } L = \frac{v_2^2}{2g(\mu' \cos \theta - \sin \theta)}$$

(c) 考え方や計算の過程:  $v_2 = v_a$  とき、小球は点Dに達した直後に静止する。

力学的エネルギー保存則  $\frac{1}{2} m v_a^2 = mgR$  を  $v_a$  について解く。

$v_2 = v_b$  とき、点Eに達した小球の速さは問(1)(d)の結果に  $\theta = 45^\circ$  である。

代入して  $\sqrt{\frac{gR}{\sqrt{2}}}$  とおき、力学的エネルギー保存則より、  
 $\frac{1}{2} m v_b^2 = \frac{1}{2} m \left( \sqrt{\frac{gR}{\sqrt{2}}} \right)^2 + mg \frac{1}{\sqrt{2}} R$  について解く。  
 結果:  $v_a = \sqrt{2gR}$   $v_b = \sqrt{\frac{3}{\sqrt{2}} gR}$

(d)

記号:

(あ)

理由:  $\theta = 45^\circ$  とき  $v_0 = \sqrt{2/\sqrt{2}} gR$  である。  $M$  が大きくすると  $\frac{M-m}{M+m}$  は小さくなる。  
 $v_2 < v_a$  を満たして小球が点Dまで到達しない時、力学的エネルギー保存則より  $h = \frac{v_2^2}{2g} = \sqrt{2} \left( \frac{M-m}{M+m} \right)^2 R$  であり、  $h \in M$  で表した  $h$  は  $M$  の関数として単調に増加する。  
 $v_a < v_2 \leq v_b$  とき  $h = R$  である。  
 $v_2 > v_b$  ならば  $\frac{M-m}{M+m} > \frac{\sqrt{3}}{2}$  のとき、小球は点Eで台から分離するので、  $h = \frac{1}{\sqrt{2}} R$  が一定となる。

2 (ここには2の解答を記入すること。)

問(1) (a) 考え方や計算の過程:

力学的エネルギー保存則  $mg h = \frac{1}{2} m v_1^2$

回路方程式  $v_1 B W = R I_1$

結果:  $v_1 = \sqrt{2gh}$  ,  $I_1 = \frac{BW\sqrt{2gh}}{R}$  記号: (1)

(b) 考え方や計算の過程:

時刻  $t$  までの電磁力が重力よりも大きければよいので,

$$I_1 B W > m g$$

上式へ  $I_1$  を代入して  $h$  について解く。

結果:  $h > \frac{(mR)^2 g}{2 (BW)^2}$

(c) 考え方や計算の過程:

エネルギー保存則  $mg(h+l) = Q + \frac{1}{2} m v_2^2$

結果:  $v_2 = \sqrt{2\left\{g(h+l) - \frac{Q}{m}\right\}}$

(d) 考え方や計算の過程:

等加速度直線運動  $v_1 = v_2 + g \Delta t$

上式へ  $v_1$  を代入して  $\Delta t$  について解く。

結果:  $\Delta t = \frac{\sqrt{2gh} - v_2}{g}$

2 (表より続く。)

(e)

記号:

(本)

理由:  $t_1$ から $t_2$ の間は, 回路の速度が減少するので, 誘導起電力も減少してゆく。よって, 電流も減少する。また $t_2$ 以降は誘導起電力が0になるので, 電流も0になる。

問(2) (a) 考え方や計算の過程:

回路方程式  $\varepsilon - BW = \frac{q}{C}$

上式を  $\varepsilon$  について解く。

結果:  $q = C(BW)$

(b) 考え方や計算の過程:

時刻変化を  $\Delta t'$ , 速度変化を  $\Delta v$ , 電気量変化を  $\Delta q$ , 電流を  $I$  とする。

運動方程式  $Ma = Mg - IBW \dots \dots \textcircled{1}$

電流の定義と加速度の定義より

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t'} = C \frac{\Delta v}{\Delta t'} BW = CaBW$$

上式を  $\textcircled{1}$  式へ代入する。

結果:  $a = \frac{M}{M + C(BW)^2} g$

(c) 考え方や計算の過程:

このとき  $a$  回路の速度を  $v'$ , 電気量を  $q'$  とする。

エネルギー保存則  $Mg \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2} M v'^2 + U$

問(2)(b)より  $a$  は一定なので, 等加速度直線運動  $v'^2 - 0^2 = 2a \cdot \frac{l}{2}$

2式より  $v'$  を消去して,  $a$  を代入する。

結果:  $U = \frac{Mg l C (BW)^2}{2 \{ M + C (BW)^2 \}}$

3 (ここには3の解答を記入すること。)

問(1)(a) 考え方や計算の過程:

状態方程式  $P_A S(L+x) = RT_A$

$$\text{結果: } P_A = \frac{RT_A}{S(L+x)}$$

(b) 考え方や計算の過程:

ピストンにはたらく力は、空間A, Bの気体による力とばねの弾性力である。

$$\text{結果: } P_A S = P_B S + kx$$

(c) 考え方や計算の過程: 空間A, Bの気体の圧力を  $P_{A1}, P_{B1}$  とする。  
 $x = \frac{L}{2}$  のとき, (a)(b)の結果より  $P_{A1} = \frac{2RT_A}{3SL}, P_{B1} = \frac{2RT_A}{3SL} - \frac{kL}{2S}$   
 空間Bの気体の状態方程式  $P_{B1} \frac{1}{2} SL = RT_{B1}$  に  $P_{B1}$  を代入する。

$$\text{結果: } T_{B1} = \frac{T_A}{3} - \frac{kL^2}{4R}$$

問(2)(a) 考え方や計算の過程:

状態1から状態2への過程において空間Bの気体は定積変化をしたので、単原子分子理想気体の定積モル比熱  $\frac{3}{2}R$  を用いて、

$$Q = \frac{3}{2}R(T_{B2} - T_{B1}) \dots\dots \textcircled{1}$$

問(1)(c)の結果を代入する。

$$\text{結果: } T_{B2} = \frac{T_A}{3} - \frac{kL^2}{4R} + \frac{2Q}{3R}$$

(b) 考え方や計算の過程:

空間Bの気体の状態方程式から  $\Delta p \cdot \frac{1}{2} SL = R(T_{B2} - T_{B1})$   
 $= \frac{2}{3}Q$  (①式より)

$$\text{結果: } \Delta p = \frac{4Q}{3SL}$$

3 (表より続く。)

(c) 考え方や計算の過程:

空間 A の気体の温度は  $T_A$  に保たれるので、  
内部エネルギーは変化しない。

$$\text{結果: } \Delta U_A = 0$$

(d) 考え方や計算の過程:

状態 2 から状態 3 への過程において、空間 B の気体は  
断熱変化をしたので、

$$P_{B2} \left(\frac{1}{2} SL\right)^{\gamma} = P_{B3} (SL)^{\gamma}$$

$$\text{結果: } p_{B3} = \frac{P_{B2}}{2^{\gamma}}$$

(e) 考え方や計算の過程: 状態 3 における空間 A の気体の圧力  $P_{A3}$  は

状態方程式  $P_{A3} SL = RT_A$  より  $P_{A3} = \frac{RT_A}{SL}$

ピストンのつり合いより  $P_{B3} = P_{A3} = \frac{RT_A}{SL}$

問(2)(d)の結果より  $P_{B2} = 2^{\gamma} \frac{RT_A}{SL}$  ..... ②

問(2)(b)の結果より  $Q = \frac{3}{4} SL (P_{B2} - P_{B1}) = \frac{3}{4} SL \left(2^{\gamma} \frac{RT_A}{SL} - \frac{2RT_A}{3SL} + \frac{kL}{2S}\right)$

$$\text{結果: } Q = \frac{3 \cdot 2^{\gamma-1} - 1}{2} RT_A + \frac{3}{8} kL^2$$

(f) 考え方や計算の過程: ピストンが位置  $x$  にあるときを状態  $X$  とし、空間 A, B の  
気体の圧力を  $P_{Ax}$ ,  $P_{Bx}$  とする。

空間 A の気体の状態方程式  $P_{Ax} S(L+x) = RT_A$  ..... ③

状態 2 から状態  $X$  までの過程で空間 B の気体は断熱変化をしたので、

②より  $2^{\gamma} \frac{RT_A}{SL} \left(\frac{1}{2} SL\right)^{\gamma} = P_{Bx} \{S(L-x)\}^{\gamma}$  ..... ④

はねの支柱のほとんどの位置  $x_0$  からの移動量が  $d$  なので、はねの自然長からの  
伸びが  $x-d$  であることより ピストンにはたらく力のつり合いの式は

$$P_{Ax} S = P_{Bx} S + k(x-d) \quad \text{..... ⑤}$$

③, ④, ⑤ 式より  $P_{Ax}$ ,  $P_{Bx}$  を消去する。

$$\text{結果: } d = x + \frac{RT_A}{kL} \left\{ \left(\frac{L}{L-x}\right)^{\gamma} - \frac{L}{L+x} \right\}$$