1

問(1) (a)　考え方や計算の過程：

力学的エネルギーは，ばねの弾性エネルギーのみである。

結果：$E = \frac{1}{2}kd^2$

(b)　考え方や計算の過程：

力学的エネルギー保存則　$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}MV_0^2$

V_1 は V_0 の e 倍となる。

結果：$V_0 = d\sqrt{\frac{k}{M}}$　，$V_1 = ed\sqrt{\frac{k}{M}}$

(c)　考え方や計算の過程：

台車の単振動の周期 $2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ の $\frac{1}{2}$ である。

結果：$T = \pi\sqrt{\frac{M}{k}}$

問(2) (a)　考え方や計算の過程：

全体の加速度を A として，運動方程式

台車：$MA = -kd + \mu_c mg$

小物体：$mA = -\mu_c mg$

2式より A を消去する。

結果：$\mu_c = \frac{kd}{(m+M)g}$

(b)　考え方や計算の過程：

台車にはたらく合力は $-kx - \mu' mg$，小物体にはたらく力は $\mu' mg$ である。

結果：台車 $Ma = -kx - \mu' mg$　，小物体 $ma' = \mu' mg$

(c)　考え方や計算の過程：

台車の運動方程式より $Ma = -k\left\{x - \left(-\frac{\mu' mg}{k}\right)\right\}$

よって，振動中心は $-\frac{\mu' mg}{k}$，$\omega^2 = \frac{k}{M}$ である。

結果：$x_0 = -\frac{\mu' mg}{k}$　，$\omega = \sqrt{\frac{k}{M}}$

1

問(3) (a)　考え方や計算の過程：

運動方程式

台車：$Ma = -\mu' mg \quad \therefore a = -\dfrac{\mu' mg}{M}$

小物体：$ma' = \mu' mg \quad \therefore a' = \mu' g$

台車の初速度はev_0，小物体の初速度は$-v_0$として，等加速度運動の式が成立つ。

結果：$V = ev_0 - \dfrac{\mu' mg}{M}t$，$v = -v_0 + \mu' g t$

(b)　考え方や計算の過程：

(3)(a)の結果を用いて，$-ev_0 = ev_0 - \dfrac{\mu' mg}{M}T'$

結果：$T' = \dfrac{2ev_0 M}{\mu' mg}$

(c)　考え方や計算の過程：

2回目に衝突する直前の台車の速さは，小物体の速さよりも小さければよい。よって，

$$|-ev_0| < |-v_0 + \mu' g T'|$$

台車と小物体の速度はともに負なので，

$$-ev_0 > -v_0 + \mu' g T'$$

$$\therefore e < \frac{m}{m+2M}$$

結果：$e_c = \dfrac{m}{m+2M}$

(d)　考え方や計算の過程：

n回目の衝突直後から$n+1$回目の衝突直前までの時間をT_nとすると

$$-e^n v_0 = e^n v_0 - \frac{\mu' mg}{M}T_n \quad \therefore T_n = \frac{2e^n v_0 M}{\mu' mg} = e^{n-1}T'$$

求める時間は，台車と壁が十分な回数の衝突をしたと考えて，

$$T'' = T' + eT' + e^2T' \cdots\cdots + e^{n-1}T'$$

$$= \frac{1-e^n}{1-e}T'$$

この式の，$n \to \infty$の極限値である。

結果：$T'' = \dfrac{1}{1-e}T'$

2

問(1) (a)　考え方や計算の過程：　C_A, C_B の電気容量はともに $C=\dfrac{\varepsilon_0 l^2}{d}$

十分に時間が経過すると電流が0となり，$q_1=CV_0$

$W_1=q_1V_0$

結果：$q_1=\dfrac{\varepsilon_0 l^2 V_0}{d}$，$W_1=\dfrac{\varepsilon_0 l^2 V_0^2}{d}$

(b)　考え方や計算の過程：　S_B を閉じた直後は，C_A の電圧が V_0

C_B の電圧が0であるから R_B の電圧は V_0 である。

結果：$i_1=\dfrac{V_0}{r}$

(c)　考え方や計算の過程：　十分に時間が経過すると，C_A と C_B の電圧は等しくなり，電荷の保存から $\dfrac{V_0}{2}$ とわかる。

エネルギー保存則　$\dfrac{1}{2}CV_0^2=\dfrac{1}{2}C\left(\dfrac{V_0}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}C\left(\dfrac{V_0}{2}\right)^2+h_1$

結果：$h_1=\dfrac{\varepsilon_0 l^2 V_0^2}{4d}$

問(2) (a)　考え方や計算の過程：

キルヒホッフの第2法則

$V(t)=ri_1(t)+V_1(t)$

$V(t)=ri_1(t)+ri_2(t)+V_2(t)$

結果：$V_1(t)=V(t)-ri_1(t)$，$V_2(t)=V(t)-ri_1(t)-ri_2(t)$

(b)　考え方や計算の過程：　$\Delta q_1=\Delta(CV_1)=C\Delta V=Ca\Delta t$

C_B の電気容量は，$C_B=\dfrac{\varepsilon l^2}{d}$

$\Delta q_2=\Delta(C_BV_2)=C_B\Delta V=C_Ba\Delta t$

結果：$\Delta q_1=\dfrac{\varepsilon_0 l^2}{d}a\Delta t$，$\Delta q_2=\dfrac{\varepsilon l^2}{d}a\Delta t$

(c)　考え方や計算の過程：　コンデンサーに流れ込む電流は，

$I_1-I_2=\dfrac{\Delta q_1}{\Delta t}=\dfrac{\varepsilon_0 l^2 a}{d}$，$I_2=\dfrac{\Delta q_2}{\Delta t}=\dfrac{\varepsilon l^2 a}{d}$

結果：$I_1=\dfrac{(\varepsilon_0+\varepsilon)l^2 a}{d}$，$I_2=\dfrac{\varepsilon l^2 a}{d}$

2

問(3) (a)　考え方や計算の過程：誘電体を挿入し始めてからの経過時間をtとすると，C_Bの電気容量 $C = \dfrac{\varepsilon_0 l(l-vt)}{d} + \dfrac{\varepsilon l vt}{d}$

結果：$b = \dfrac{(\varepsilon - \varepsilon_0) l v}{d}$

(b)

電流の向き：(い)

理由：C_Bの電気容量の増大により，C_Bの上側極板の電荷が増加するため。

(c)　考え方や計算の過程：I_3，I_4が一定なのでC_A，C_Bの電圧は一定である。
C_Aに流れ込む電流が0より　$I_3 = I_4 (= I$　とおく。)
C_Bの電圧　$V_B = V_0 - 2rI$
C_Bに流れ込む電流　$I = \dfrac{\Delta (C V_B)}{\Delta t} = V_B b = (V_0 - 2rI) b$　より

$$I = \frac{bV_0}{1+2rb}$$

結果：$I_3 = \dfrac{bV_0}{1+2rb}$　，$I_4 = \dfrac{bV_0}{1+2rb}$

(d)　考え方や計算の過程：
エネルギーの保存則より，外力の仕事と電池の仕事の和がジュール熱とC_Bの静電エネルギー変化に等しい。
単位時間当たりについて，

$$Fv + V_0 I = 2rI^2 + \frac{\Delta\left(\frac{1}{2} C V_B{}^2\right)}{\Delta t}$$

$$= 2rI^2 + \frac{b}{2} V_B{}^2 = 2rI^2 + \frac{b}{2}(V_0 - 2rI)^2$$

(c)の結果を代入するとFが負となる。

結果：$F = -\dfrac{bV_0{}^2}{2v(1+2rb)^2}$　，外力の向き：紙面右向き

3

問(1) (a)　考え方や計算の過程：

閉管内に生じた定常波の波長を λ とすると，$\lambda = \frac{4}{5}L$ であり，$f = \frac{V}{\lambda} = \frac{5V}{4L}$

ドップラー効果の式より，$f = \frac{V}{V+v_1} f_s$　上式を代入して f_s について解く。

結果：$f = \frac{5V}{4L}$　，$f_s = \frac{5(V+v_1)}{4L}$

(b)　考え方や計算の過程：

n 倍振動の共鳴が生じているとき，定常波の波長を λ_n とすると，$\lambda_n = \frac{2L}{n}$ より

$f_n = \frac{V}{\lambda_n} = \frac{nV}{2L}$　ドップラー効果の式より，$\frac{nV}{2L} = \frac{V}{V-v_1} f_s$

これを f_s について解く。

結果：$f_s = \frac{n(V-v_1)}{2L}$

(c)　考え方や計算の過程：

問(1)(a)，(b)の結果より，$\frac{5(V+v_1)}{4L} = \frac{n(V-v_1)}{2L}$　これを v_1 について解く。

結果：$v_1 = \frac{2n-5}{2n+5} V$

(d)　考え方や計算の過程：

$0 < v_1 \leqq \frac{2}{13} V$ を満たす n は，$n=3$ であり，問(1)(c)の結果より，$v_1 = \frac{1}{11} V$

これらを問(1)(b)の結果に代入して f_s を得る。

結果：$n =$ 3　，$f_s = \frac{15V}{11L}$

問(2) (a)　考え方や計算の過程：

$t_1 = t_0 + \frac{l_1}{V}$，　$t_2 = (t_0 + \Delta t) + \frac{l_2}{V}$

これらを $\Delta T = t_2 - t_1$ に代入する。

結果：$\Delta T = \Delta t - \frac{l_1 - l_2}{V}$

3

(b)　考え方や計算の過程：

余弦定理より，$l_2^2 = l_1^2 + (v_1 \Delta t)^2 - 2 l_1 v_1 \Delta t \cos\theta$

結果：$l_2 = \sqrt{l_1^2 + (v_1 \Delta t)^2 - 2 l_1 v_1 \Delta t \cos\theta}$

(c)　考え方や計算の過程：

$(v_1 \Delta t)^2 \fallingdotseq 0$ として，$l_2 \fallingdotseq l_1 \sqrt{1 - \dfrac{2 v_1 \Delta t \cos\theta}{l_1}}$　近似式より，

$l_2 \fallingdotseq l_1 - v_1 \Delta t \cos\theta$　これを問(2)(a)の結果に代入する。

結果：$\Delta T = \dfrac{V - v_1 \cos\theta}{V} \Delta t$

(d)　考え方や計算の過程：

波数保存則　$f_s \cdot \Delta t = f_P \cdot \Delta T$　に問(2)(c)の結果を代入して

f_Pについて解く。

結果：$f_P = \dfrac{V}{V - v_1 \cos\theta} f_s$

問(3) (a)　考え方や計算の過程：

D_1が点Pで発した音波をD_2が点Q′で観測するまでの時間を$\Delta t'$とすると，

$2 l_1 \cos\theta + v_2 \Delta t' = V \Delta t'$ より，$\Delta t' = \dfrac{2 l_1 \cos\theta}{V - v_2}$　これを，

$\tan\theta' = \dfrac{l_1 \sin\theta}{l_1 \cos\theta + v_2 \Delta t}$ に代入する。

結果：$\tan\theta' = \dfrac{V - v_2}{V + v_2} \tan\theta$

(b)　考え方や計算の過程：

D_2が点Q′で観測する音波の振動数をf_2とする。ドップラー効果の式より，

$f_2 = \dfrac{V - v_2}{V - v_1} f_s$，　$f_Q = \dfrac{V}{V + v_2 \cos\theta'} f_2$

結果：$f_Q = \dfrac{V(V - v_2)}{(V + v_2 \cos\theta')(V - v_1)} f_s$

(c)　考え方や計算の過程：

$v_1 = 0$，$\theta \fallingdotseq \dfrac{\pi}{3}$のとき，$f_Q = \dfrac{V - v_2}{V + \frac{1}{2} v_2} f_s$　これを　$f_s - f_Q = N$に代入して

v_2について解く。

結果：$v_2 = \dfrac{2N}{3 f_s - N} V$