

文学部、教育学部、法学部、経済学部、情報学部 (人間・社会情報学科)

1

(1) $x^3 - 3x^2 - 50 = 0.$

$$(x-5)(x^2 + 2x + 10) = 0.$$

$x^2 + 2x + 10 = (x+1)^2 + 9 > 0$ であるから、

(x は実数より)

$$x = 5. \quad \dots(\text{答})$$

(2) $p + q = pq = X$ より、

$$p^3 + q^3 = (p+q)^3 - 3pq(p+q)$$

$$= X^3 - 3X^2. \quad \dots(\text{答})$$

(3) $p^3 + q^3 = 50. \quad \dots\textcircled{1}$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1 \text{ より,}$$

$$p+q = pq \quad \dots\textcircled{2}$$

②において $pq = X$ とおくと、

(2)より ①は、

$$X^3 - 3X^2 = 50.$$

p, q は実数より X は実数である。

(1) から、

$$X = 5.$$

このとき、②より、

$$p+q = 5,$$

$$pq = 5$$

であり、 p, q を解にもつた二次方程式
の1つは、 $t^2 - 5t + 5 = 0$ である。

これを解くと、

$$t = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

よって、 $p < q$ より、

$$(p, q) = \left(\frac{5 - \sqrt{5}}{2}, \frac{5 + \sqrt{5}}{2} \right). \quad \dots(\text{答})$$

($p \neq 0, q \neq 0$ を満たす)

文学部、教育学部、法学部、経済学部、情報学部 (人間・社会情報学科)

2

- (1) Cは上に凸の放物線であるから、
y座標が最大となる点PはCの
頂点である。

$$C: y = -(x - \frac{1}{2}t)^2 + \frac{1}{4}t^2 + t \dots \textcircled{1}$$

よ、Pの座標は

$$(\frac{1}{2}t, \frac{1}{4}t^2 + t) \dots \text{(答)}$$

- (2) tは0でないから

$$L: y = (\frac{1}{2}t + 2)x \dots \textcircled{2}$$

①と②を連立して

$$-x^2 + tx + t = (\frac{1}{2}t + 2)x$$

$$(x - \frac{1}{2}t)(x + 2) = 0 \dots \textcircled{3}$$

CとLがP以外の共有点を持つのは、
xの二次方程式③が $\frac{1}{2}t$ (=Pの
x座標)と異なる実数解を持つ
ときであるから、tが満たすべき
条件は $\frac{1}{2}t < -2$ または $-2 < \frac{1}{2}t$ 。
tは0でないことに注意して、

$$t < -4 \text{ または } -4 < t < 0 \text{ または } 0 < t \dots \text{(答)}$$

このときQの座標は

$$(-2, -t-4) \dots \text{(答)}$$

$$\begin{aligned} (3) AP^2 &= (\frac{1}{2}t + 1)^2 + (\frac{1}{4}t^2 + t + 2)^2 \\ &= (\frac{1}{4}t^2 + t + 1) + (\frac{1}{4}t^2 + t + 2)^2 \\ &= (X + 1) + (X + 2)^2 \\ &= X^2 + 5X + 5. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AQ^2 &= 1 + (t + 2)^2 \\ &= t^2 + 4t + 5 \\ &= 4X + 5. \end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned} AP^2 - AQ^2 &= (X^2 + 5X + 5) - (4X + 5) \\ &= X^2 + X \dots \textcircled{4} \dots \text{(答)} \end{aligned}$$

$AP < AQ$ とするのは $AP^2 - AQ^2 < 0$
のときであるから、④より

$$X^2 + X < 0$$

$$-1 < X < 0$$

$$-1 < \frac{1}{4}t^2 + t < 0 \dots \textcircled{5}$$

⑤の左の不等号から

$$\frac{1}{4}t^2 + t + 1 > 0$$

$$(t + 2)^2 > 0$$

$$t < -2, -2 < t \dots \textcircled{6}$$

⑤の右の不等号から

$$\frac{1}{4}t^2 + t < 0$$

$$-4 < t < 0 \dots \textcircled{7}$$

⑥, ⑦よりtが満たすべき条件は

$$-4 < t < -2, -2 < t < 0 \dots \text{(答)}$$

(これは(2)の条件を満たす。)

文学部、教育学部、法学部、経済学部、情報学部 (人間・社会情報学科)

3

(1) n 回のうち、裏が r 回出、
表は $n-r$ 回。

よって、

$$a_n = 2(n-r) + 3r \\ = 2n + r. \quad \dots (\text{答})$$

(2) 得点が0でないのは、

$$a_4 = 10$$

のとまであり、4回のうち裏が
ちょうど2回出た場合である。

その確率は、

$${}^4C_2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{8}. \quad \dots (\text{答})$$

得点が0でないとき、裏が

p 回目、 q 回目 ($1 \leq p < q \leq 4$)

に出たとすると、

$$a_k = \begin{cases} 2k & (1 \leq k < p), \\ 2k+1 & (p \leq k < q), \\ 2k+2 & (q \leq k \leq 4) \end{cases}$$

であり、得点は

$$\sum_{k=1}^4 a_k = \sum_{k=1}^4 2k + 1 \cdot (q-p) + 2 \cdot (5-q) \\ = 30 - (p+q).$$

よって、得点が25であるのは、

$$(p, q) = (1, 4), (2, 3)$$

のとまであり、その確率は

$$2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}. \quad \dots (\text{答})$$

(3) 得点が0でないのは、9回のうち、
裏がちょうど2回出た場合

である。裏が

p 回目、 q 回目 ($1 \leq p < q \leq 9$)

に出たとすると、

$$a_k = \begin{cases} 2k & (1 \leq k < p), \\ 2k+1 & (p \leq k < q), \\ 2k+2 & (q \leq k \leq 9). \end{cases}$$

これより、得点は、

$$\sum_{k=1}^9 a_k = \sum_{k=1}^9 2k + 1 \cdot (q-p) + 2 \cdot (10-q) \\ = 110 - (p+q).$$

よって、得点が100であるのは、

$$(p, q) = (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6)$$

のとまであり、その確率は、

$$4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{128}. \quad \dots (\text{答})$$

得点が奇数となるのは、 $p+q$ が
奇数のときであり、 p, q として

奇数 $1, 3, 5, 7, 9$ かつ

偶数 $2, 4, 6, 8$ かつ

を適に選ぶよから、その確率は、

$$(5 \cdot 4) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{128}. \quad \dots (\text{答})$$