数学 数学Ⅰ，数学A
数学Ⅱ，数学B

令和6年度入学試験問題

解答紙

（4枚のうち1枚目）

受験番号

受験番号

11

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

〔1〕（50点）

〔1〕の採点

(1) $y=2x^2$ より

$$y'=4x$$

であるから，点 $(s,\ 2s^2)$ における C_1 の接線の方程式は

$y=4s(x-s)+2s^2$ すなわち $y=4sx-2s^2$ …①

$y=2x^2-8x+16$ より

$$y'=4x-8$$

であるから，点 $(t,\ 2t^2-8t+16)$ における C_2 の接線の方程式は

$$y=(4t-8)(x-t)+2t^2-8t+16$$

すなわち　$y=4(t-2)x-2t^2+16$ …②

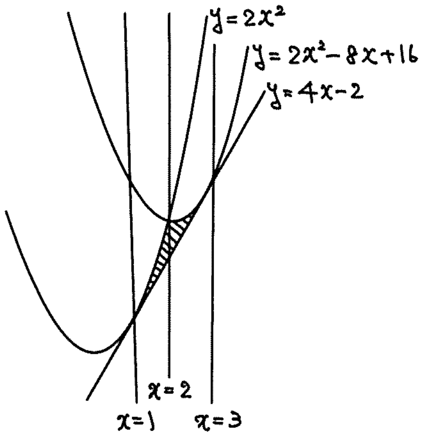
ここで，①と②が一致するとき，

$$\begin{cases} 4s=4(t-2) \\ -2s^2=-2t^2+16 \end{cases}$$

これをとくと，　$(s,\ t)=(1,\ 3)$

よって，求める接線 l の方程式は

$y=4x-2$ …(答)



(2) C_1 と C_2 の交点の x 座標は

$$2x^2=2x^2-8x+16$$

より

$8x=16$ すなわち $x=2$

以上と(1)より，求める面積は

$$\int_1^2\{2x^2-(4x-2)\}dx+\int_2^3\{2x^2-8x+16-(4x-2)\}dx$$

$$=\int_1^2 2(x-1)^2dx+\int_2^3 2(x-3)^2dx$$

$$=2\left[\frac{1}{3}(x-1)^3\right]_1^2+2\left[\frac{1}{3}(x-3)^3\right]_2^3$$

$=\dfrac{4}{3}$ …(答)

解答紙

（4枚のうち2枚目）

〔2〕(50点)

〔2〕の採点

(1) Bの座標を(a, b)とおくと，

$\overrightarrow{AB}=(a-2,\ b-1)$

$|\overrightarrow{OB}|=\sqrt{10}$ かつ $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{AB}$ より，

$$\begin{cases} a^2+b^2=10 \\ 2\cdot(a-2)+1\cdot(b-1)=0 \end{cases}$$

$a>0$ かつ $b>0$ の条件のもとでこれを解くと，

$a=1,\ b=3$

したがって，Bの座標は $(1, 3)$ …(答)

(2) $\overrightarrow{OC}=s\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=(2s+t,\ s+3t)$ であるから，

$s>0$ かつ $t>0$ に注意すると，

$\triangle OAC=\frac{1}{2}|2\cdot(s+3t)-1\cdot(2s+t)|=\frac{5}{2}|t|=\frac{5}{2}t$

$\triangle OBC=\frac{1}{2}|3\cdot(2s+t)-1\cdot(s+3t)|=\frac{5}{2}|s|=\frac{5}{2}s$

$\triangle OAC=\triangle OBC$ より，

$s=t$

よって，

$\overrightarrow{OC}=(3s,\ 4s)$ と表せる．

$|\overrightarrow{OC}|=5s=4$ より，

$s=\frac{4}{5}$

以上より，

$s=\frac{4}{5}$，$t=\frac{4}{5}$ …(答)

13

数学 数学Ｉ，数学Ａ 数学II，数学Ｂ

令和6年度入学試験問題

解　答　紙

（４枚のうち３枚目）

受験番号

13

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

〔３〕(50点)

〔３〕の採点

(1) $\dfrac{b!}{a!} - b = \dfrac{b! - a!\cdot b}{a!}$

$= \dfrac{b\{(b-1)! - a!\}}{a!}$

ここで，$a<b$ より $a \leqq b-1$ から，

$a! \leqq (b-1)!$

したがって，

$\dfrac{b!}{a!} - b \geqq 0$ すなわち $\dfrac{b!}{a!} \geqq b$ …①

よって，示された．

(2) $2\cdot a! = b!$ …②

より

$2 = \dfrac{b!}{a!}$ …③

(ア) $a<b$ のとき ①，③より，

$2 \geqq b$

よって，②をみたす組 (a, b) は，

$(a, b) = (1, 2)$

(イ) $a=b$ のとき

②より $2 = 1$ となり不適

(ウ) $a>b$ のとき

(1)より，$\dfrac{a!}{b!} \geqq a$

このとき，③より

$\dfrac{a!}{b!} = \dfrac{1}{2} \geqq a$

となり不適

したがって，(ア)〜(ウ)より，求める自然数の組 (a, b) は，

$(a, b) = (1, 2)$ …(答)

(3) $a! + b! = 2c!$ …④

・$a<b$ のとき

$2a! < a!+b! < 2b!$

$a! < c! < b!$ (④より)

よって，

$a < c < b$

このとき，④より

$2 = \dfrac{a!}{c!} + \dfrac{b!}{c!} \geqq \dfrac{a!}{c!} + b > b$

(b，c について，(1)と同様にして)

$b = 1$ となり不適

・$a>b$ のとき同様に不適

・$a=b$ のとき

④より，

$2a! = 2c!$ より $a = c$

したがって，

$a = b = c$

したがって，求める自然数の組 (a, b, c) は，

$(a, b, c) = (n, n, n)$ …(答)

(n は自然数)

14	数学 数学I, 数学A 数学II, 数学B

令和6年度入学試験問題

解答紙

(4枚のうち4枚目)

受験番号				

受験番号				

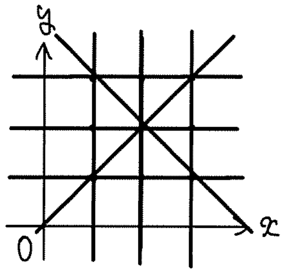
14

解答はこの線より上の部分に書いてはいけません。

〔4〕 (50点)

〔4〕の採点

(1) $n=3$ のとき.

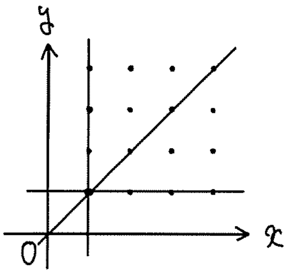


左図より,

$L(3)=8$ …(答)

以下, 条件を満たす直線を $l(n)$ と表し, $l(n)$ の方向ベクトルの1つを $\vec{d}$ とする

(2) $n=4$ のとき.



$\vec{d}=(0,1),(1,0)$ のとき, $l(4)$ は4個ずつ存在する.

$\vec{d}=(a,b)$ (a,b は互いに素な自然数) とする.

a,b の少なくとも1つが3以上のとき

$2\vec{d}$ の x 成分または y 成分は6以上となるから

4^2 個の格子点のうち, 3個以上を通る直線はない.

よって, $a \leqq 2,\ b \leqq 2$ である.

$\vec{d}=(1,1)$ のとき, $l(4)$ は3個存在する.

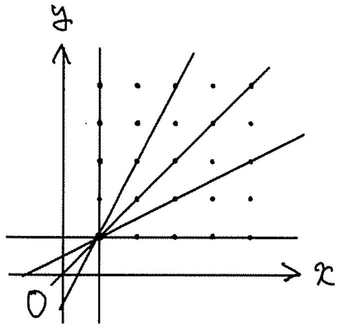
$\vec{d}=(1,2)$ のとき, $l(4)$ は存在しない.

$\vec{d}=(2,1)$ のとき, $l(4)$ は存在しない.

傾きが負のときも同様であるから,

$L(4)=4\times2+3\times2=14$ …(答)

(3) $n=5$ のとき.



$\vec{d}=(0,1),(1,0)$ のとき, $l(5)$ は5個ずつ存在する.

(2)と同様に, $\vec{d}=(a,b)$ (a,b は互いに素な自然数) とすると,

$a \leqq 2,\ b \leqq 2$ である.

$\vec{d}=(1,1)$ のとき, $l(5)$ は5個存在する.

$\vec{d}=(1,2)$ のとき, $l(5)$ は3個存在する.

$\vec{d}=(2,1)$ のとき, $l(5)$ は3個存在する.

傾きが負のときも同様であるから,

$L(5)=5\times2+(5+3+3)\times2=32$ …(答)