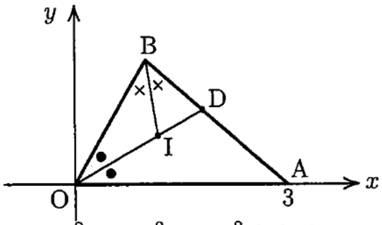
［I］

(1)



$\triangle$OAB の外心を $\mathrm{P}(x,\ y)$ とおくと，$\mathrm{AP}^2=\mathrm{OP}^2=\mathrm{BP}^2$ となるので，

$$(x-3)^2+y^2=x^2+y^2=(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2$$

よって，

$$\begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ x+\sqrt{3}y=2 \end{cases}$$

よって，外心の座標は $\mathrm{P}\left(\boxed{\dfrac{3}{2}},\ \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{6}}\right)$　　…(あ)(い)(答)

また，$\triangle$OAB の内心を I とおくと，I は $\triangle$OAB の内角の二等分線が 1 点で交わる点となるので，OI と AB の交点を D とおくと，AD : DB = OA : OB = 3 : 2．よって，$\mathrm{D}\left(\dfrac{9}{5},\ \dfrac{3\sqrt{3}}{5}\right)$． また，$\mathrm{AB}=\sqrt{(3-1)^2+\sqrt{3}^2}=\sqrt{7}$ となるので，$\mathrm{BD}=\dfrac{2}{5}\sqrt{7}$． よって，$\mathrm{OI}:\mathrm{ID}=\mathrm{OB}:\mathrm{BD}=2:\dfrac{2}{5}\sqrt{7}=5:\sqrt{7}$．以上より，$\overrightarrow{\mathrm{OI}}=\dfrac{5}{5+\sqrt{7}}\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\dfrac{5(5-\sqrt{7})}{18}\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ となるので，$\mathrm{I}\left(\boxed{\dfrac{5-\sqrt{7}}{2}},\ \boxed{\dfrac{5\sqrt{3}-\sqrt{21}}{6}}\right)$．

…(う)(え)(答)

(2)　楕円 $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$ 上の第 1 象限上の点 $(X,\ Y)$ における接線 l の式は $\dfrac{X}{3}x+\dfrac{Y}{2}y=1$ となるので，その傾きは $\boxed{-\dfrac{2X}{3Y}}$　　…(お)(答)

また，l と x 軸，y 軸との交点はそれぞれ $\mathrm{P}\left(\dfrac{3}{X},\ 0\right)$，$\mathrm{Q}\left(0,\ \dfrac{2}{Y}\right)$ となるので，直角三角形 OPQ の面積は $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{X}\cdot\dfrac{2}{Y}=\dfrac{3}{XY}$ となる．$X>0,\ Y>0$ であることに注意して相加相乗平均の不等式を利用すると，

$$1=\frac{X^2}{3}+\frac{Y^2}{2}\geqq 2\sqrt{\frac{X^2}{3}\cdot\frac{Y^2}{2}}=\frac{2}{\sqrt{6}}XY$$

よって，$XY\leqq\dfrac{\sqrt{6}}{2}$． 以上より，$\triangle$OPQ の面積の最小値は $\dfrac{3}{\frac{\sqrt{6}}{2}}=\boxed{\sqrt{6}}$．　　… (く)(答)

また，このとき，$\dfrac{X^2}{3}=\dfrac{Y^2}{2}$．両辺の和が 1 であることより，$\dfrac{X^2}{3}=\dfrac{Y^2}{2}=\dfrac{1}{2}$． $X>0,\ Y>0$ であることにも注意して，$(X,\ Y)=\left(\boxed{\dfrac{\sqrt{6}}{2}},\ \boxed{1}\right)$　　… (か)(き)(答)

［I］　（つづき）

(3)

$$y = \cos x \sin 2x = \cos x \cdot 2\sin x \cos x = 2\sin x \cos^2 x$$

となるので，

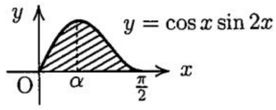
$$\begin{aligned} y' &= 2\{\cos x \cdot \cos^2 x + \sin x \cdot 2\cos x \cdot (-\sin x)\} \\ &= 2(\cos^3 x - 2\sin^2 x \cos x) \\ &= 2\cos x(\cos^2 x - 2\sin^2 x) \\ &= 2\cos x(1 - 3\sin^2 x) \end{aligned}$$

となり，$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ で，$\sin x = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ となる x の値を $x = \alpha$ とおくと，$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ における増減表は以下のようになる．

x	0	$\cdots$	α	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$
y'		$+$	0	$-$	(0)
y	0	↗		↘	0

よって，求める最大値は $x = \alpha$ のとき（このとき，$\cos\alpha = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$ となる），$2 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} \cdot \dfrac{2}{3} = \boxed{\dfrac{4}{9}\sqrt{3}}$　　$\cdots$(け)(答)

また，$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ において，$y \geqq 0$（等号は $x = 0$ または $x = \dfrac{\pi}{2}$ のときに成り立つ）となるので，このグラフと x 軸（直線 $y = 0$）とで囲まれる部分の面積は



$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} y\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x\cos^2 x\,dx = \left[-\frac{2}{3}\cos^3 x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \boxed{\frac{2}{3}}. \qquad \cdots(こ)(答)$$

［II］

(1) $\underline{A \to A}$　袋1から白玉を取り出し，袋2から白玉を取り出す．

$$P(A \to A) = 1 \times \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}.$$ …(あ)(答)

$\underline{A \to B}$　袋1から白玉を取り出し，袋2から赤玉を取り出す．

$$P(A \to B) = 1 \times \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}.$$ …(い)(答)

$\underline{B \to A}$　袋1から赤玉を取り出し，袋2から白玉を取り出す．

$$P(B \to A) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} = \boxed{\frac{1}{6}}.$$ …(う)(答)

$\underline{B \to B}$　袋1から白玉を取り出し，袋2から白玉を取り出す，

または，袋1から赤玉を取り出し，袋2から赤玉を取り出す，

$$P(B \to B) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{4} = \boxed{\frac{2}{3}}.$$ …(え)(答)

$\underline{C \to A}$　1回の操作で袋1の赤玉が2個減ることはない．

$$P(C \to A) = \boxed{0}.$$ …(お)(答)

$\underline{C \to B}$　袋1から赤玉を取り出し，袋2から白玉を取り出す．

$$P(C \to B) = \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \boxed{\frac{1}{2}}.$$ …(か)(答)

(2) (1)より，

$$\begin{cases} a_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{1}{6}b_{n-1} + 0 \cdot c_{n-1}. & \cdots ① \\ b_n = \frac{1}{2}a_{n-1} + \frac{2}{3}b_{n-1} + \frac{1}{2} \cdot c_{n-1}. & \cdots ② \end{cases}$$

$$a_1 = \frac{1}{6},\ b_1 = \frac{2}{3},\ c_1 = \frac{1}{6}.$$

また，操作Tの結果は必ず状態A,B,Cのいずれかであるから，

$$a_n + b_n + c_n = 1. \qquad \cdots ③$$

②,③より

$$b_n = \frac{1}{2}(1 - b_{n-1}) + \frac{2}{3}b_{n-1}.$$

$$\therefore\ b_n = \boxed{\frac{1}{6}}\,b_{n-1} + \boxed{\frac{1}{2}}. \qquad \cdots ④$$ …(き)(く)(答)

[Ⅱ]（つづき）

④を変形すると，

$$b_n-\frac{3}{5}=\frac{1}{6}\left(b_{n-1}-\frac{3}{5}\right)$$

$$\therefore\ b_n-\frac{3}{5}=\left(b_1-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1}=\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^n$$

$$\therefore\ b_n=\boxed{\frac{3}{5}}+\boxed{\frac{2}{5}}\left(\boxed{\frac{1}{6}}\right)^n \quad \cdots(け)\sim(さ)(答)$$

①より　$a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}+\frac{1}{6}b_{n-1}$.

$d_n=2^n a_n$ とおくとき.

$$d_{n+1}=d_n+\frac{2^{n+1}}{6}\cdot b_n=d_n+\frac{1}{5}\cdot 2^n+\frac{2}{15}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n.$$

$d_1=2^1 a_1=\frac{1}{3}$ だから，$n\geqq 2$ のとき

$$d_n=d_1+\sum_{k=1}^{n-1}\left\{\frac{1}{5}2^k+\frac{2}{15}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^k\right\}$$

$$=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}\cdot\frac{2^{n-1}-1}{2-1}+\frac{2}{45}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}}{1-\frac{1}{3}}$$

$$=\boxed{\frac{1}{5}}\left\{\left(\boxed{2}\right)^n-\left(\boxed{\frac{1}{3}}\right)^n\right\} \quad \cdots(し)\sim(せ)(答)$$

（これは $n=1$ のとき $d_1=\frac{1}{3}$ を満たす）

【d_n を求める別解】

$P(A\to C)=0$，$P(B\to C)=\frac{1}{6}$，$P(C\to C)=\frac{1}{2}$ だから，

$$C_n=\frac{1}{6}b_{n-1}+\frac{1}{2}C_{n-1} \quad \cdots⑤$$

①－⑤より

$$a_n-C_n=\frac{1}{2}(a_{n-1}-C_{n-1}).$$

また $a_1=C_1=\frac{1}{6}$ より，

$$a_n-C_n=(a_1-C_1)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=0$$

したがって $a_n=C_n$ であり③より

$$d_n=2^n\cdot a_n=2^n\cdot\frac{1-b_n}{2}=\underline{\frac{1}{5}\cdot\left\{2^n-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right\}}$$

[III]

(1)　$f(x)$ は奇関数なので $x>0$ の部分を調べればよい．

$$f(x)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{x^3-x}$$

より

$$f'(x)=\frac{-1}{3}\cdot\frac{3x^2-1}{(x^3-x)^2}.$$

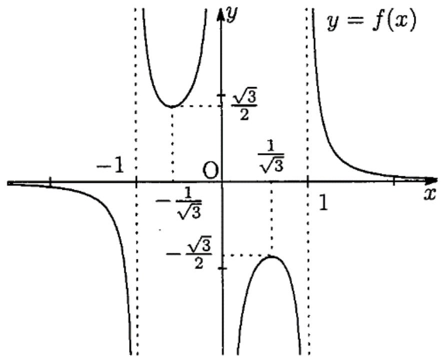
増減表は次のようになる．

x	(0)	$\cdots$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\cdots$	$(1-0 \mid 1+0)$	$\cdots$	(∞)
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	
$f(x)$	$(-\infty)$	$\nearrow$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\searrow$	$(-\infty \mid \infty)$	$\searrow$	(0)

よって，

$x=\boxed{-\frac{1}{\sqrt{3}}}$ のとき極小値 $\boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$, $x=\boxed{\frac{1}{\sqrt{3}}}$ のとき極大値 $\boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ をとる．　　$\cdots$ (あ)(い)(う)(え)(答)

(2)　グラフは下図となる．



注意　解答用紙には目盛がふってあったので，極値を与える点を正しい位置に描く必要がある．

(3)　$x^2=t$ とおくと $t\geqq 0$ である．

$mx=\dfrac{1}{3x(x^2-1)}$ のとき $m\neq 0$ であるから，

$$x^2(x^2-1)=\frac{1}{3m}\iff t^2-t=\frac{1}{3m}. \qquad \cdots ①$$

この t の 2 次方程式が正の異なる 2 解をもつことが必要十分である．解の公式より

$$t=\frac{1\pm\sqrt{1+\frac{4}{3m}}}{2} \qquad \cdots ②$$

であるから，$0<1+\dfrac{4}{3m}<1$. これを解いて，

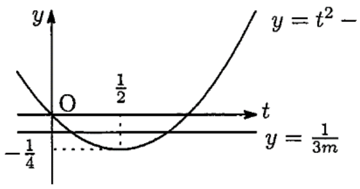
$$\boxed{m<-\frac{4}{3}}. \qquad \cdots \text{(お)(答)}$$

【(3) の別解】　① より次図の放物線と直線の交点の t 座標が異なる正の実数であることが必要十分である．

よって，

$$-\frac{1}{4}<\frac{1}{3m}<0\iff\boxed{m<-\frac{4}{3}}. \qquad \cdots \text{(お)(答)}$$

[III] (つづき)



(4)　分母を払った後の多項式

$$\frac{1}{3}=ax(x+1)+b(x^2-1)+cx(x-1) \qquad \cdots ③$$

が恒等式になる係数を求める．$x=-1,0,1$ を代入して，$c=\frac{1}{6}$, $b=-\frac{1}{3}$, $a=\frac{1}{6}$ が必要である．このとき，③ を展開して整理すると確かに恒等式になっている．$x\neq -1,0,1$ のとき，③ を $x(x^2-1)$ で割って与式を得る．

$$a=\boxed{\frac{1}{6}},\ b=\boxed{-\frac{1}{3}},\ c=\boxed{\frac{1}{6}}. \qquad \cdots (か)(き)(く)(答)$$

(5)　(2) のグラフより $x(m)>1$ である．(4) の恒等式を用いると，

$$\begin{aligned}A(m)&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{6}\left[\log(x-1)-2\log x+\log(x+1)\right]_{x(m)}^{T}\\&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{6}\left[\log\frac{x^2-1}{x^2}\right]_{x(m)}^{T}\\&=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{6}\left(\log\frac{T^2-1}{T^2}-\log\frac{x(m)^2-1}{x(m)^2}\right)\\&=\frac{1}{6}\left(\log 1-\log\frac{x(m)^2-1}{x(m)^2}\right)\\&=\frac{1}{6}\log\frac{x(m)^2}{x(m)^2-1}. \qquad \cdots ④\end{aligned}$$

$m>0$ のときの ② の正の解が $x(m)^2$ であるから，

$$\begin{aligned}x(m)^2&=\frac{1+\sqrt{1+\frac{4}{3m}}}{2} \qquad \cdots ⑤\\&=\frac{\sqrt{3m}+\sqrt{3m+4}}{2\sqrt{3m}},\\x(m)^2-1&=\frac{\sqrt{3m+4}-\sqrt{3m}}{2\sqrt{3m}}.\end{aligned}$$

$$A(m)=\frac{1}{6}\log\frac{\sqrt{3m+4}+\sqrt{3m}}{\sqrt{3m+4}-\sqrt{3m}}=\boxed{\frac{1}{3}\log\frac{\sqrt{3m+4}+\sqrt{3m}}{2}}. \qquad \cdots (け)(答)$$

$$B(m)=\frac{1}{2}\cdot x(m)\cdot\frac{1}{3x(m)(x(m)^2-1)}=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{x(m)^2-1}=\frac{1}{6}u. \qquad \cdots ⑥$$

ここで，$\frac{1}{x(m)^2-1}=u$ とおいた．このとき

$$④=\frac{1}{6}\log(1+u). \qquad \cdots ⑦$$

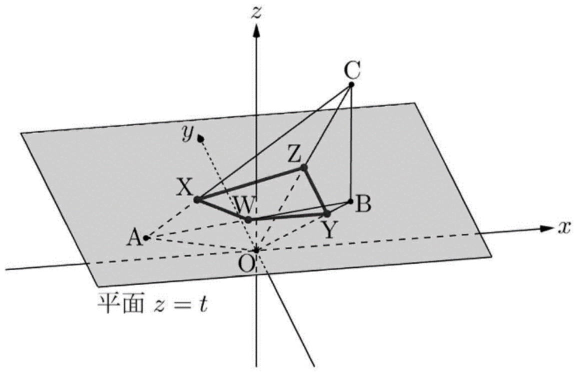
$m\to+0$ とすると $\frac{4}{3m}\to\infty$ であるから，⑤ より $x(m)^2\to\infty$, $u\to+0$ となる．

よって，

$$\lim_{m\to+0}\frac{A(m)}{B(m)}=\lim_{u\to+0}\frac{⑦}{⑥}=\lim_{u\to+0}\frac{\log(u+1)}{u}=\boxed{1}. \qquad \cdots (こ)(答)$$

［IV］

(1) 与条件より，W は辺 AB 上，X は辺 AC 上，Y は辺 OB 上，Z は辺 OC 上であり，これら 4 点は平面 $z=t$ と各辺の交点である．



W は直線 AB 上より，$\overrightarrow{\mathrm{OW}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+k_{\mathrm{W}}\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}+k_{\mathrm{W}}\begin{pmatrix}5\\-1\\1\end{pmatrix}$と表され，平面 $z=t$ 上となるのは $k_{\mathrm{W}}=t-1$ のときであるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OW}}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}+\left(t-1\right)\begin{pmatrix}5\\-1\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5t-8\\-t\\t\end{pmatrix}.$$

X は直線 AC 上より，$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+k_{\mathrm{X}}\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}+k_{\mathrm{X}}\begin{pmatrix}6\\4\\2\end{pmatrix}$と表され，平面 $z=t$ 上となるのは $k_{\mathrm{X}}=\dfrac{t-1}{2}$ のときであるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OX}}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}+\frac{t-1}{2}\begin{pmatrix}6\\4\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3t-6\\2t-3\\t\end{pmatrix}.$$

Y は直線 OB 上より，$\overrightarrow{\mathrm{OY}}=k_{\mathrm{Y}}\overrightarrow{\mathrm{OB}}=k_{\mathrm{Y}}\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}$と表され，平面 $z=t$ 上となるのは $k_{\mathrm{Y}}=\dfrac{t}{2}$ のときであるから

$$\overrightarrow{\mathrm{OY}}=\frac{t}{2}\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}t\\-t\\t\end{pmatrix}.$$

Z は直線 OC 上より，$\overrightarrow{\mathrm{OZ}}=k_{\mathrm{Z}}\overrightarrow{\mathrm{OC}}=k_{\mathrm{Z}}\begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix}$と表され，平面 $z=t$ 上となるのは $k_{\mathrm{Z}}=\dfrac{t}{3}$ のときで

［Ⅳ］（つづき１）

あるから

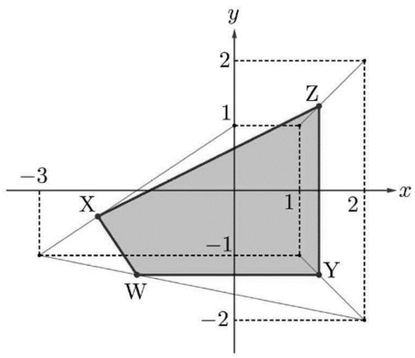
$$\overrightarrow{\mathrm{OZ}}=\frac{t}{3}\begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}t\\t\\t\end{pmatrix}.$$

よって

$$\mathrm{W}\left(\boxed{5t-8},\boxed{-t},t\right),\ \mathrm{X}\left(\boxed{3t-6},\boxed{2t-3},t\right),\ \mathrm{Y}\left(\boxed{t},\boxed{-t},t\right),\ \mathrm{Z}\left(\boxed{t},\boxed{t},t\right).$$

…（あ），（い），（う），（え），（お），（か），（き），（く）（答）

(2) (1)の結果より，平面$z=t\ (1<t<2)$で切った切り口S_tの概形は次の通り．



線分 WY がx軸に平行，線分 YZ がy軸に平行であることを考慮して

$$\begin{aligned}A(t)&=\triangle\mathrm{WXY}+\triangle\mathrm{ZXY}\\&=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{WY}\cdot\left\{(2t-3)-(-t)\right\}+\frac{1}{2}\cdot\mathrm{YZ}\cdot\left\{t-(3t-6)\right\}\\&=\frac{1}{2}(-4t+8)(3t-3)+\frac{1}{2}(2t)(-2t+6)\\&=\boxed{-8t^2+24t-12}.\quad (t=1,2\text{のときも成り立つ})\end{aligned}$$

…（け）（答）

四面体 OABC を平面$z=1$と平面$z=2$で切断して３つの立体に分けると，$0\leqq z\leqq 1$の部分は底面がS_1，高さが１の四面体，$1\leqq z\leqq 2$の部分は底面がS_2，高さが１の四面体となるので

$$\begin{aligned}V&=\frac{1}{3}\cdot 1\cdot A(1)+\int_1^2 A(t)\,dt+\frac{1}{3}\cdot 1\cdot A(2)\\&=\frac{4}{3}+\left[-\frac{8}{3}t^3+12t^2-12t\right]_1^2+\frac{4}{3}\\&=\frac{4}{3}+\frac{16}{3}+\frac{4}{3}\\&=\boxed{8}.\end{aligned}$$

…（こ）（答）

（注）

$$V=\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{\mathrm{OA}}\times\overrightarrow{\mathrm{OB}}\right)\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\frac{1}{6}\left(\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}2\\-2\\2\end{pmatrix}\right)\cdot\begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix}=\frac{1}{6}\begin{pmatrix}0\\8\\8\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix}=8$$

とするのもよい．　　（（注）終り）

［IV］（つづき２）

(3) １つの辺は２つの三角形の共通辺となるから，OA, OB, OC を辺にもつ三角形は選択肢から除外される．三角形 ABC を選ぶと，その後 AB, BC, CA を辺にもつ三角形は選べないので三角形 ABC も除外される．

よって，５点 O, A, B, C, D は６つの三角形 OAB, OBC, OAC, $\boxed{\text{ABD}}$, $\boxed{\text{ACD}}$, $\boxed{\text{BCD}}$ を面とする六面体の頂点である．　…（さ），（し），（す）（答）

E は直線 OD 上の点であるから，$\overrightarrow{\text{OE}}=k\overrightarrow{\text{OD}}$ と表すことができ

$$\overrightarrow{\text{AE}}=\overrightarrow{\text{OE}}-\overrightarrow{\text{OA}}=\begin{pmatrix}6k+3\\2k+1\\4k-1\end{pmatrix}$$

となる．$\overrightarrow{\text{AE}}=u\overrightarrow{\text{AB}}+v\overrightarrow{\text{AC}}$ が成り立つのは

$$\begin{pmatrix}6k+3\\2k+1\\4k-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5u+6v\\-u+4v\\u+2v\end{pmatrix}$$

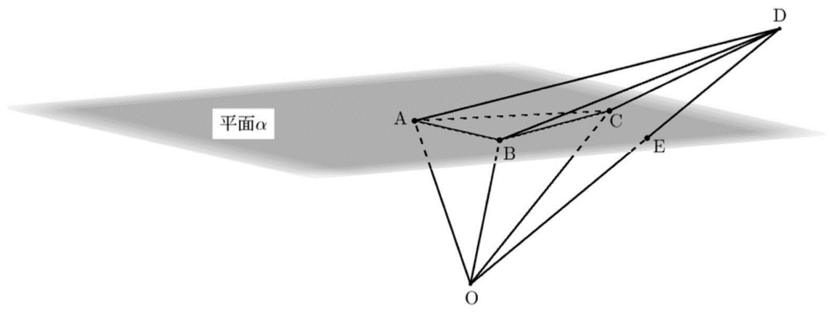
のときであり，これを解くと

$$k=\frac{4}{5},\ u=\boxed{\frac{3}{5}},\ v=\boxed{\frac{4}{5}}.$$　…（せ），（そ）（答）

$u+v=\dfrac{7}{5}>1$ より，E はこの六面体の外にある．

（注）解答において三角形を選ぶとき，消去法で３つ選んでいるが，後の計算結果によって $\overrightarrow{\text{OE}}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{\text{OD}}$ が得られ，O と D は平面 α に関して反対側の領域に存在することがわかるから六面体は２つの四面体 OABC と DABC を（三角形 ABC で）貼りあわせて作られる．

（見やすく加工してあるので，次図は正確な図ではない）



（（注）終り）

(4) 六面体の辺 DA, DB, DC のうち，平面 $z=t\left(1<t<2\right)$ と交点をもつのは辺 DA のみである．

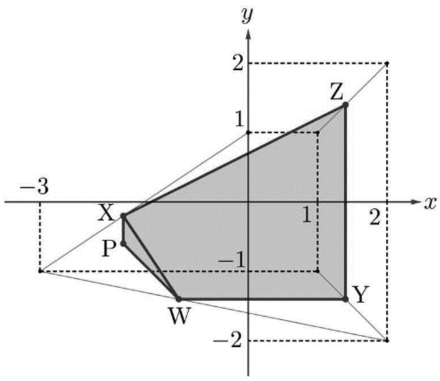
その交点を P とおくと，P は直線 DA 上より，$\overrightarrow{\text{OP}}=\overrightarrow{\text{OA}}+k_{\text{P}}\overrightarrow{\text{AD}}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}+k_{\text{P}}\begin{pmatrix}9\\3\\3\end{pmatrix}$ と表され，

平面 $z=t$ 上となるのは $k_{\text{P}}=\dfrac{t-1}{3}$ のときであるから

［IV］（つづき 3）

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\begin{pmatrix}-3\\-1\\1\end{pmatrix}+\frac{t-1}{3}\begin{pmatrix}9\\3\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3t-6\\t-2\\t\end{pmatrix}.$$

よって，$\mathrm{P}\left(3t-6,\,t-2,\,t\right)$となるので，六面体を平面$z=t$で切った切り口の概形は次の五角形 XPWYZ である．



線分 PX が y 軸に平行であることを考慮して

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{PWX}&=\frac{1}{2}\cdot\mathrm{PX}\cdot\left\{\left(5t-8\right)-\left(3t-6\right)\right\}\\&=\frac{1}{2}\left(t-1\right)\left(2t-2\right)\\&=t^2-2t+1\end{aligned}$$

であるから

$$\begin{aligned}U\left(t\right)&=A\left(t\right)+\triangle\mathrm{PWX}\\&=-7t^2+22t-11\\&=-7\left(t-\frac{11}{7}\right)^2+\frac{44}{7}\end{aligned}$$

となる．よって

$U\left(t\right)$は$t=\boxed{\dfrac{11}{7}}$において最大値$\boxed{\dfrac{44}{7}}$をとる．　　…（た），（ち）（答）