第1問

問1

最高点での速度は 0 だから, $0^2-v_0^2=2(-g)z_1$　したがって, $z_1=\underline{\dfrac{v_0^2}{2g}}$

問2

小球が板に1度目に衝突した時刻をt_1とする。

板と小球の座標が一致するから, $Vt_1=v_0t_1+\dfrac{1}{2}(-g)t_1^2$　したがって, $t_1=\dfrac{2(v_0-V)}{g}$

よって, $h_1=V\,t_1=\underline{\dfrac{2(v_0-V)V}{g}}$

問3

衝突直前の小球の速度は, $v_0-gt_1=2V-v_0$

反発係数の式より, $1=-\dfrac{v_1-V}{(2V-v_0)-V}$

したがって, $v_1=\underline{v_0}$

問4

問3の結果より, 同じ運動を繰り返すから

$$z_2=h_1+z_1=\underline{\frac{2(v_0-V)V}{g}+\frac{v_0^2}{2g}}=\underline{\frac{4Vv_0-4V^2+v_0^2}{2g}}$$

問5

1度目の衝突から2度目の衝突までの時間は t_1に等しいから

$$h_2=Vt_1\times 2=\underline{\frac{4(v_0-V)V}{g}}$$

問6

n度目の衝突から$(n+1)$度目の衝突までの時間も t_1 だから

$$z_n=h_{n-1}+z_1=Vt_1\times(n-1)+\frac{v_0^2}{2g}=\underline{\frac{2(n-1)(v_0-V)V}{g}+\frac{v_0^2}{2g}}=\underline{\frac{4(n-1)(v_0-V)V+v_0^2}{2g}}$$

問7

衝突直前の小球の速度は, 問3と同様に, $2V-v_0=2V-5V=-3V$

反発係数の式より, $e=-\dfrac{v_1'-V}{(-3V)-V}$

したがって, $v_1'=\underline{(1+4e)V}$

問8

1度目の最高点の座標z_1'は, 問1の結果より, $z_1'=\dfrac{(5V)^2}{2g}=\dfrac{25V^2}{2g}$

2度目の最高点の座標z_2'は, $z_2'=h_1+\dfrac{{v_1'}^2}{2g}=\dfrac{2(5V-V)V}{g}+\dfrac{\{(1+4e)V\}^2}{2g}=\dfrac{(16e^2+8e+17)V^2}{2g}$

$z_1'=z_2'$より, $e=\underline{\dfrac{1}{2}}$

第2問

問1

回路図は, $\underline{(イ)}$

AとB, BとCからなるコンデンサーの電気容量は等しい。この電気容量を $C_0=\dfrac{\varepsilon_0 S}{a}$ とおく。

直列接続だから, $\dfrac{1}{C_1}=\dfrac{1}{C_0}+\dfrac{1}{C_0}$ より, $C_1=\dfrac{C_0}{2}=\underline{\dfrac{\varepsilon_0 S}{2a}}$

$$Q_A=C_1V=\underline{\frac{\varepsilon_0 SV}{2a}},\ Q_B=\underline{0},\ Q_C=-C_1V=\underline{-\frac{\varepsilon_0 SV}{2a}}$$

問2

回路図は, $\underline{(エ)}$

並列接続だから, $C_2=C_0+C_0=2C_0=\underline{\dfrac{2\varepsilon_0 S}{a}}$

$$Q_A=C_0V=\underline{\frac{\varepsilon_0 SV}{a}},\ Q_B=-C_0V\times 2=\underline{-\frac{2\varepsilon_0 SV}{a}},\ Q_C=C_0V=\underline{\frac{\varepsilon_0 SV}{a}}$$

$$U=\frac{1}{2}C_2V^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\varepsilon_0 S}{a}V^2=\underline{\frac{\varepsilon_0 SV^2}{a}}$$

問3

AとB, BとCからなるコンデンサーの電気容量をそれぞれ, C_{AB}, C_{BC} とすると

$$C_{AB}=\frac{\varepsilon_0 S}{a+\Delta x},\ C_{BC}=\frac{\varepsilon_0 S}{a-\Delta x}$$

並列接続だから, 合成容量は, $C_3=C_{AB}+C_{BC}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{a+\Delta x}+\dfrac{\varepsilon_0 S}{a-\Delta x}=\underline{\dfrac{2\varepsilon_0 aS}{a^2-(\Delta x)^2}}$

問4

コンデンサーの全電気量は変化しないから

$$C_2V=C_3V' \text{ より, } \frac{2\varepsilon_0 S}{a}V=\frac{2\varepsilon_0 aS}{a^2-(\Delta x)^2}V'$$

したがって

$$V'=\underline{\frac{a^2-(\Delta x)^2}{a^2}V}$$

問5

Bを移動させた後のCの電気量 Q_C' は

$$Q_C'=C_{BC}V'=\frac{\varepsilon_0 S}{a-\Delta x}\cdot\frac{a^2-(\Delta x)^2}{a^2}V=\frac{\varepsilon_0 S(a+\Delta x)V}{a^2}$$

したがって

$$\Delta Q=Q_C'-Q_C=\frac{\varepsilon_0 S(a+\Delta x)V}{a^2}-\frac{\varepsilon_0 SV}{a}=\underline{\frac{\varepsilon_0 SV}{a^2}\Delta x}$$

第3問

問1

$$t_1 = \underline{\frac{\ell}{V}}$$

問2

$$\underline{T = \frac{1}{f}}$$

問3

時刻Tにおける音源と観測者との距離は，$\ell - vT$だから

$$t_2 = T + \frac{\ell - vT}{V} = \underline{\frac{\ell}{V} + \frac{V-v}{V}T} = \underline{\frac{\ell}{V} + \frac{V-v}{V}\cdot\frac{1}{f}}$$

問4

$t_2 - t_1 = \dfrac{V-v}{V}T$ は観測者が観測する音波の周期だから，観測者が観測する振動数は

$$\frac{1}{t_2 - t_1} = \frac{V}{V-v}\cdot\frac{1}{T} = \underline{\frac{V}{V-v}f}$$

問5

$u = \underline{A\omega}$

問6

問4の結果において

$v = -u$ として，$f_1 = \underline{\dfrac{V}{V+u}f}$

$v = u$ として，$f_2 = \underline{\dfrac{V}{V-u}f}$

問7

問6の2式を変形して，$V+u = \dfrac{f}{f_1}V$ ，$V-u = \dfrac{f}{f_2}V$

uを消去すると，$f = \underline{\dfrac{2f_1 f_2}{f_1+f_2}}$

fを消去すると，$u = \underline{\dfrac{f_2 - f_1}{f_1+f_2}V}$

問8

観測者の速度をv_0とすると，$f_2{}' = \dfrac{V-v_0}{V-u}f$

$f_2{}' = f_1$ より，$\dfrac{V-v_0}{V-u}f = \dfrac{V}{V+u}f$

したがって

$$v_0 = \underline{\frac{2Vu}{V+u}}$$