第1問

$$\text{I} \quad \mathcal{T} \quad \underline{-mg\ell \cos\theta_0} \quad \mathcal{A} \quad \frac{1}{2} \, mu^2 - mg\ell \cos\theta \qquad \dot{\mathcal{T}} \quad \sqrt{2g\ell \, (\cos\theta - \cos\theta_0)}$$

$$\mathrm{II}(1)$$
 運動量保存則より, $(m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B})v_0=m_\mathrm{A}v_\mathrm{A}$ \therefore $v_\mathrm{A}=~\frac{m_\mathrm{A}+m_\mathrm{B}}{m_\mathrm{A}}v_0$

$$-mg\ell\cos\theta_0 = \frac{1}{2}mv_0^2 - mg\ell \quad \therefore \quad v_0 = \sqrt{2g\ell(1-\cos\theta_0)}$$

A の滞空時間を
$$t$$
 とすると, $h=\frac{1}{2}gt^2$ · · $t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

求める距離は、
$$\mathrm{GG'}=\ v_{\mathrm{A}}t=rac{2(m_{\mathrm{A}}+m_{\mathrm{B}})}{m_{\mathrm{A}}}\sqrt{h\ell\ (1-\cos\theta_{\mathrm{0}})}$$

数値代入して, GG' =
$$2 \times 2 \times \sqrt{2.0 \times 0.30 \times (1 - 0.85)}$$
 = 1.2 m

Ⅲ(1) 力学的エネルギー保存則より,

$$\frac{1}{2} m v'^{2} - mg(\ell - \Delta \ell) \cos \theta' = -mg(\ell - \Delta \ell) \cos \theta''$$

$$\therefore \frac{1}{2} m v'^2 - mg (\ell - \Delta \ell) \left\{ 1 - \frac{(\theta')^2}{2} \right\} = -mg (\ell - \Delta \ell) \left\{ 1 - \frac{(\theta')^2}{2} \right\}$$

$$\therefore \quad (\theta'')^2 = (\theta')^2 + \frac{{v'}^2}{g(\ell - \Delta \ell)}$$

(2) 面積速度一定(与式)より、
$$v' = \frac{\ell}{\ell - \Delta \ell} v$$

力学的エネルギー保存則より,
$$-mg\ell\cos\theta_0 = \frac{1}{2}mv^2 - mg\ell\cos\theta'$$

$$\ \, \therefore \ \, -mg\ell \bigg(1-\frac{\theta_0^{\,2}}{2}\bigg) = \frac{1}{2}\,mv^2 - mg\ell \bigg\{1-\frac{\left(\theta'\right)^2}{2}\bigg\} \quad \ \, \therefore \ \, v^2 = gl\left\{\theta_0^{\,2} - (\theta')^2\right\}$$

(1)の答に
$$v'$$
と v^2 を順次代入して, $(\theta'')^2 = \frac{\left(\frac{\ell}{\ell - \Delta \ell}\right)^3 \theta_0^2 - \left\{\left(\frac{\ell}{\ell - \Delta \ell}\right)^3 - 1\right\}(\theta')^2}{2}$

(3) (2)より,
$$\theta' = \underline{0}$$
 のとき, θ'' は最大値 $\left(\frac{\ell}{\ell - \Delta \ell}\right)^{\frac{3}{2}} \theta_0$ となる。

(4) サイクル1回ごとに、角度振幅が
$$\left(\frac{\ell}{\ell-\Delta\ell}\right)^{\frac{3}{2}}$$
倍になるから、 $\theta_n = \left(\frac{\ell}{\ell-\Delta\ell}\right)^{\frac{3}{2}n}\theta_0$

(5) 上式において、
$$n=N$$
のとき、 $\theta_N > 2\theta_0$ より、 $\left(1-\frac{\varDelta\ell}{\ell}\right)^{-\frac{3}{2}N} = (1-0.1)^{-\frac{3}{2}N} > 2$

両辺の対数をとって、
$$-\frac{3}{2}N\log_{10}0.9 > \log_{10}2$$
 ∴ $N > \frac{2 \times 0.30}{3 \times 0.046} = 4.3$

理科(物理)

東京大学 (前期) 2/4

第2問

I (1) 板 A,B 間の電場の強さは,
$$\frac{Q}{\varepsilon S}$$
 ,電位差は, $V = \frac{Q}{\varepsilon S}d$ \therefore $C_0 = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon S}{d}$

(2) 板 A, C, B からなるコンデンサーの電気容量は、
$$\frac{\varepsilon S}{d-x}$$
なので、

静電エネルギーは、
$$\frac{\varepsilon SV^2}{2(d-x)}$$

(3) 板 A, C 間の距離が
$$\frac{d}{4}$$
 のときの電気容量は、 $\frac{4 \varepsilon S}{3 d}$ なので、コンデンサーの静電エネ

ルギー変化を
$$\Delta U$$
とすると, $\Delta U = -\frac{\varepsilon SV^2(4x-d)}{6d(d-x)}$

電源がした仕事は、
$$W_0 = -\frac{\varepsilon SV^2(4x-d)}{3d(d-x)}$$

エネルギー保存より,
$$W = \Delta U - W_0 = \frac{\varepsilon SV^2(4x-d)}{6d(d-x)}$$
 また, $\frac{W}{W_0} = \frac{-1}{2}$ 〔倍〕

II (1) 板 A, C, D を導線で接続したとき D の電荷は、
$$2C_0V$$
、 導線 a を外したときの

回路の式,電荷保存はそれぞれ,
$$V-\frac{Q_1}{4C_0}-\frac{Q_2}{2C_0}=0$$
 ,
$$-Q_1+Q_2=2C_0V$$

$$\label{eq:continuous_equation} \begin{cal} $\mathbb{L} > \mathbb{T}, & Q_1 = \underline{0} \ \ \forall \times C_0 V \end{cal} \\ \end{cal} \qquad -Q_2 = - \ \ \underline{2} \ \ \forall \times C_0 V \end{cal}$$

(2) 板 B を電位の基準として、板 C、D の電位を
$$y$$
 とすると、電荷保存は、

$$4C_0(y-\alpha V) + 2C_0(y-0) = 2C_0V$$

$$\therefore y = \frac{2\alpha + 1}{3}V$$

よって,
$$V_1 = \alpha V - y = \frac{\alpha - 1}{3}V$$
 $V_2 = y - 0 = \frac{2\alpha + 1}{3}V$

III (1) 任意の時刻において,板 A,D の電荷を,Q₃,Q₄ として,回路の式,電気量保存

はそれぞれ、
$$\frac{Q_3}{4C_0}+\frac{Q_4}{2C_0}+\left(-L\frac{dI}{dt}\right)=0$$
 $-Q_3+Q_4=2C_0V$ また、 $I=-\frac{dQ_3}{dt}$

3 式より,
$$\frac{d^2Q_3}{dt^2} = -\frac{3}{4LC_0} \left(Q_3 + \frac{4}{3}C_0V \right)$$
 ・・・・①

問題文の式より,
$$T$$
 は電気振動の周期なので, $T= 4\pi \sqrt{\frac{C_0 L}{3}}$

(2) コイルの両端にかかる電圧は板 A,B 間の電圧に等しく,t=0 のとき,2V

(3) 回路の式は、
$$\frac{Q_3}{4C_0} + \frac{Q_4}{2C_0} = 0$$
 \therefore $Q_3 = \frac{-2}{2}$ \forall $\times Q_4$

①式より、時刻tにおける板Aの電荷は、 $Q_3 = -\frac{4}{3}C_0V + \frac{8}{3}C_0V\cos\frac{2\pi}{T}t$

$$Q_3 = 0$$
 となる時刻は、 $t' = \frac{1}{6}T$ 、 $\frac{5}{6}T$

(4)
$$E_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{4}{3}C_0V\right)^2}{4C_0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{10}{3}C_0V\right)^2}{2C_0} = \underline{3C_0V^2}$$

 $t = \frac{T}{4}$ において, (3) の結果と電荷保存, $-Q_3 + Q_4 = 2C_0V$ より,

$$Q_3 = -\frac{4}{3}C_0V$$
 , $Q_4 = \frac{2}{3}C_0V$

$$\text{\sharp 57, $E_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{4}{3}C_0V\right)^2}{4C_0} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left(\frac{2}{3}C_0V\right)^2}{2C_0} = \frac{1}{3}C_0V^2 }$$

 $t = \frac{T}{4}$ において、電流は最大値 I_0 であるから、 エネルギー保存則は、 $E_1 = E_2 + \frac{1}{2}L{I_0}^2$

$$\therefore \quad \Delta E = \quad E_2 - E_1 = \quad -\frac{1}{2} L I_0^2$$

(5)
$$t=\frac{T}{4}$$
 において、 α の値に依らず、 $Q_3=-\frac{4}{3}C_0V$ 、 $-Q_4=-\frac{2}{3}C_0V$ となる。

また、 Q_3 、 $-Q_4$ の振動の周期はTとなる。以上より、正しいグラフは、 $\underline{\underline{4}}$

理科(物理)

東京大学(前期) 4/4

第3問

I (1)
$$\sin \theta = n \sin \phi$$

$$(2) \quad p = \frac{Q}{c} \Delta t$$

(3)
$$\Delta p = 2p\sin(\theta - \phi)$$
 CからOの向き

(3)
$$\Delta p = \frac{c}{2p\sin(\theta - \phi)}$$
 Cから O の向き
(4) $f = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{2p\sin(\theta - \phi)}{\Delta t} = \frac{2Q}{c}\sin(\theta - \phi)$ O からCの向き

(5) 与えられた近似を用いると
$$\theta = n\phi$$
 なので $f = \frac{2Q}{c}(n-1)\phi = \frac{2(n-1)Q}{c} \times \frac{d}{r}$

- Ⅱ(1) 図3-3の場合、光子の運動量変化がないので力は働かない
 - (2) Iの結果より、光からの力は、微粒子を光線の方向に引き寄せる向きに働く。対称性より、2本の光か ら受ける力の合力は 上 に働く
 - (3) 光線が入射する点をA, 点OからAFに下ろした垂線の足をEとする。 \angle OFE= α とおくと $f' = 2f\sin\alpha$ である。一方 $nd = OE = \Delta y\sin\alpha$ なので、

$$f' = 2 \times 2(n-1) \frac{Q}{c} \times \frac{d}{r} \times \sin \alpha = \frac{4(n-1)}{n} \frac{Q}{c} \sin^2 \alpha \times \frac{\Delta y}{r}$$
 である。ところで、 Δy が微小であることから、 $\sin \alpha$ は Δy によらない定数と見なすことができる。したがって f' は Δy に比例する。 イ

III (1)
$$h = \Delta x \cos \alpha$$
, $h = r \sin \theta$, $d = r \sin \phi \downarrow \theta$, $d = \frac{h}{n} = \frac{\Delta x \cos \alpha}{n}$

(2)
$$f' = 2f\cos\alpha = \frac{4(n-1)}{n}\frac{Q}{c}\cos^2\alpha \times \frac{\Delta x}{r}$$

(2)
$$f' = 2f\cos\alpha = \frac{4(n-1)}{n} \frac{Q}{c} \cos^{2}\alpha \times \frac{\Delta x}{r}$$
(3)
$$f_{0} = f' = \frac{4 \times 0.5 \times 5 \times 10^{-3}}{1.5 \times 3 \times 10^{8} \times 10^{-5}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2} \times 10^{-6} = 1 \times 10^{-12} \text{ N}$$