$\boxed{\text{I}}$

[1] $[x]$ を x の整数部分とする.

(a) $\left[\frac{30}{2}\right]=15$, $\left[\frac{30}{2^2}\right]=7$, $\left[\frac{30}{2^3}\right]=3$, $\left[\frac{30}{2^4}\right]=1$ である. 求める最大の m の値は, $30!$ を素因数分解したときの素因数 2 の個数であり, その個数は,

$$15+7+3+1=26.$$

よって, 求める最大の m の値は,

$$m=\boxed{26}_{ア}.$$

(b) $\left[\frac{125}{2}\right]=62$, $\left[\frac{125}{2^2}\right]=31$, $\left[\frac{125}{2^3}\right]=15$, $\left[\frac{125}{2^4}\right]=8$, $\left[\frac{125}{2^5}\right]=3$, $\left[\frac{125}{2^6}\right]=1$ より, $125!$ を素因数分解したときの素因数 2 の個数は,

$$62+31+15+8+3+1=120.$$

$\left[\frac{125}{5}\right]=25$, $\left[\frac{125}{5^2}\right]=5$, $\left[\frac{125}{5^3}\right]=1$ より, $125!$ を素因数分解したときの素因数 5 の個数は,

$$25+5+1=31.$$

$10=2\times5$, $120>31$ より $125!$ が 10^m で割り切れるとき, 最大の m の値は,

$$m=31.$$

よって, $125!$ は末尾に 0 が連続して $\boxed{31}_{イ}$ 個並ぶ.

次に, $n=5^3+5^2=150$ のとき, $\left[\frac{25}{5}\right]=5$, $\left[\frac{25}{5^2}\right]=1$ より, $150!$ が 10^m で割り切れるとき, 最大の m の値は,

$$m=31+6=37.$$

以上より, $n!$ が 10^{40} で割り切れる最小の n の値は,

$$n=150+5\times3=\boxed{165}_{ウ}.$$

[2] $z=xy$ より,

$$\log_{10} z=\boxed{\log_{10} x}_{エ}+\boxed{\log_{10} y}_{オ}.$$

$t=\log_{10} x$, $u=\log_{10} z$ とすると,

$$(\log_{10} x)^2+(\log_{10} y)^2=2$$

より,

$$(\log_{10} x)^2+(\log_{10} z-\log_{10} x)^2=2.$$

$$t^2+(u-t)^2=2.$$

$$2t^2+\boxed{-2u}_{カ}t+\boxed{u^2-2}_{キ}=0 \quad \cdots①$$

$t=\log_{10} x$ より, t はすべての実数値をとることから, t の2次方程式①の判別式を D とすると, $D\geqq0$.

$$\frac{D}{4}=u^2-2(u^2-2)$$
$$=-u^2+4$$

より,

$$-u^2+4\geqq0.$$

$$\boxed{-2}_{ク}\leqq u\leqq\boxed{2}_{ケ}.$$

$$-2\leqq\log_{10} z\leqq2.$$

$$\frac{1}{100}\leqq z\leqq100.$$

したがって,

z の最大値は $\boxed{100}_{コ}$,

最小値は $\boxed{\frac{1}{100}}_{サ}$.

I

[3]

(a) ・$x\ge0,\ y\ge0$ のとき,

$|x|+2|y|\le4 \iff y\le -\frac{1}{2}x+2$.

・$x\le0,\ y\ge0$ のとき,

$|x|+2|y|\le4 \iff y\le \frac{1}{2}x+2$.

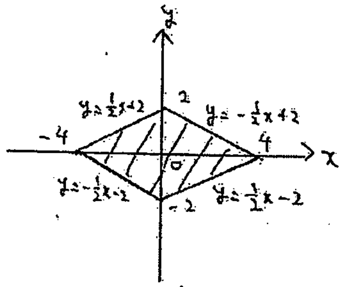
・$x\le0,\ y\le0$ のとき,

$|x|+2|y|\le4 \iff y\ge -\frac{1}{2}x-2$.

・$x\ge0,\ y\le0$ のとき,

$|x|+2|y|\le4 \iff y\ge \frac{1}{2}x-2$.

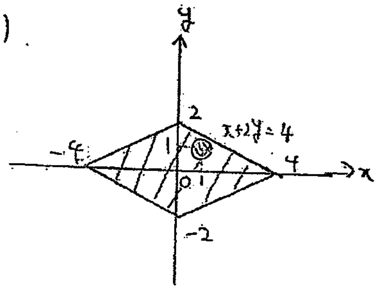
以上より, $|x|+2|y|\le4$ が表す領域は次図の斜線部(境界を含む)である.



よって, 求める面積は,

$\frac{1}{2}\cdot2\cdot4\cdot4=\boxed{16}$シ.

(b)



$(x-1)^2+(y-1)^2\le r^2\ (r>0)$ が表す領域は中心 $(1,1)$ 半径 r の円の周および内部である.

ここで,

$(x-1)^2+(y-1)^2\le r^2\ (r>0)$,

$|x|+2|y|\le4$

が表す領域をそれぞれ P, Q とおく.

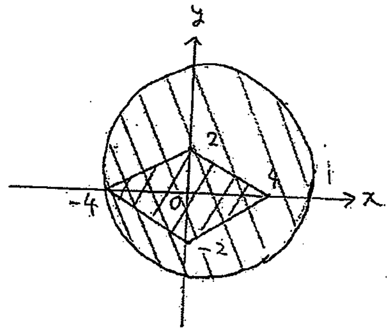
$P\subset Q$

が成り立てばよいから, 左下の図より,

求める半径 r の最大値は, 点 $(1,1)$ と直線 $x+2y=4$ の距離に等しく,

$r=\frac{|1+2-4|}{\sqrt{1+4}}=\boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}}$ス.

(c)



$P\supset Q$ が成り立てばよく, 上の図より,

求める半径 r の最小値は, 点 $(1,1)$ と点 $(-4,0)$ の距離に等しく,

$r=\sqrt{(1+4)^2+(1-0)^2}=\boxed{\sqrt{26}}$セ.

II

[1] $f(x)=x^3-(a+1)x^2+ax$

$= x(x-a)(x-1)$

より，

・$a \leqq \boxed{0}_ア$ のとき，$0 \leqq x \leqq 1$ において，

$|x(x-a)(x-1)| = -x(x-a)(x-1)$

であるから，

$$g(a)=\int_0^1 |f(x)|dx$$

$$=\int_0^1\{-x^3+(a+1)x^2-ax\}dx$$

$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{a+1}{3}x^3-\frac{a}{2}x^2\right]_0^1$$

$$=\boxed{-\frac{1}{6}a+\frac{1}{12}}_イ \quad \cdots ①$$

・$0<a<\boxed{1}_ウ$ のとき，$0 \leqq x \leqq 1$ において，

$$|x(x-a)(x-1)|=\begin{cases} x(x-a)(x-1) & (0 \leqq x \leqq a) \\ -x(x-a)(x-1) & (a \leqq x \leqq 1) \end{cases}$$

であるから，

$$g(a)=\int_0^1 |f(x)|dx$$

$$=\int_0^a\{x^3-(a+1)x^2+ax\}dx+\int_a^1\{-x^3+(a+1)x^2-ax\}dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{a+1}{3}x^3+\frac{a}{2}x^2\right]_0^a+\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{a+1}{3}x^3-\frac{a}{2}x^2\right]_a^1$$

$$=\boxed{-\frac{1}{6}a^4+\frac{1}{3}a^3-\frac{1}{6}a+\frac{1}{12}}_エ \quad \cdots ②$$

・$1 \leqq a$ のとき，$0 \leqq x \leqq 1$ において，

$|x(x-a)(x-1)| = x(x-a)(x-1)$

であるから，

$$g(a)=\int_0^1 |f(x)|dx$$

$$=\int_0^1\{x^3-(a+1)x^2+ax\}dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{a+1}{3}x^3+\frac{a}{2}x^2\right]_0^1$$

$$=\boxed{\frac{1}{6}a-\frac{1}{12}}_オ \quad \cdots ③$$

次に，$g(a)$ の最小値について考える．

$g(a)$ の最小値を m とする．

・$a \leqq 0$ のとき，①より，

$m=g(0)=\boxed{\frac{1}{12}}_カ$．

・$0<a<1$ のとき，②より，

$$g'(a)=-\frac{2}{3}a^3+a^2-\frac{1}{6}$$

$$=-\frac{1}{6}(2a-1)(2a^2-2a-1)$$

したがって，$0<a<1$ における $g(a)$ の増減は次のようになる．

a	(0)	$\cdots$	$\frac{1}{2}$	$\cdots$	(1)
$g'(a)$		$-$	0	$+$	
$g(a)$		↘	$\frac{1}{32}$	↗	

$\therefore\ m=g\left(\frac{1}{2}\right)=\boxed{\frac{1}{32}}_キ$．

・$1 \leqq a$ のとき，③より

$m=g(1)=\boxed{\frac{1}{12}}_ク$．

以上より，a がすべての実数値をとるとき，

$g(a)$ の最小値 m は，

$m=\boxed{\frac{1}{32}}_ケ$．

Ⅱ

[2] $C: y=f(x)=x^3-(a+1)x^2+ax.$

$f'(x)=3x^2-2(a+1)x+a.$

より，$a>0$ のとき，

$L_1: y=ax.$

L_1 と C の式から y を消去して，

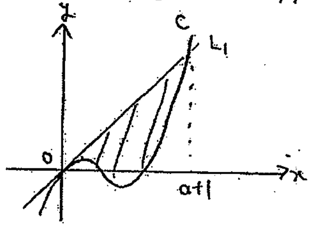
$x^3-(a+1)x^2+ax=ax.$

$x^2\{x-(a+1)\}=0.$

$x=0,\ a+1.$

よって，L_1 と C の共有点は，

$(0,0)$ と $(\boxed{a+1}_{\text{コ}},\ \boxed{a^2+a}_{\text{サ}}).$



したがって，上の図より，

$$S_1=\int_0^{a+1}\{ax-x^3+(a+1)x^2-ax\}dx$$
$$=\int_0^{a+1}\{-x^3+(a+1)x^2\}dx$$
$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{a+1}{3}x^3\right]_0^{a+1}$$
$$=\boxed{\frac{1}{12}(a+1)^4}_{\text{シ}}.$$

一方，$a\leqq 0$ のとき，

$L_2: y=(a^2-a)(x-a)$

$=(a^2-a)x-a^3+a^2.$

L_2 と C の式から y を消去して，

$x^3-(a+1)x^2+ax=(a^2-a)x-a^3+a^2.$

$x^3-(a+1)x^2+(-a^2+2a)x+a^3-a^2=0.$

$(x-a)^2(x+a-1)=0.$

$x=a,\ -a+1.$

よって，L_2 と C の共有点は，

$(0,0)$ と $(\boxed{-a+1}_{\text{ス}},\ \boxed{-2a^3+3a^2-a}_{\text{セ}}).$

ここで，面積 S_2 を求めるために，L_2，C を x 軸方向に $-a$ だけ平行移動したものをそれぞれ L_2'，C' とすると，

$L_2': y=(a^2-a)(x+a)-a^3+a^2$

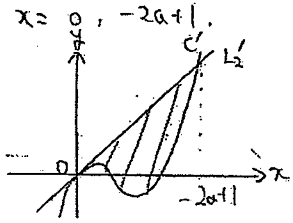
$=(a^2-a)x.$

$C': y=(x+a)^3-(a+1)(x+a)^2+a(x+a)$

$=x^3-(1-2a)x^2+(a^2-a)x.$

また，L_2' と C' の共有点の x 座標は，

$x=0,\ -2a+1.$



したがって，上の図より，

$$S_2=\int_0^{-2a+1}\{(a^2-a)x-x^3+(1-2a)x^2-(a^2-a)x\}dx$$
$$=\int_0^{-2a+1}\{-x^3+(1-2a)x^2\}dx$$
$$=\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{1-2a}{3}x^3\right]_0^{1-2a}$$
$$=\boxed{\frac{1}{12}(1-2a)^4}_{\text{ソ}}.$$

Ⅲ

[1] 正七角形の対称性…① より,

AB // GC, GC $=\gamma$.

$\therefore \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC}$

$= \vec{b} + \dfrac{\gamma}{\alpha}\vec{a}$

$= \boxed{\dfrac{\gamma}{\alpha}}_{\text{ア}}\vec{a} + \vec{b}$.

①より,

AG // CE, CE $=\beta$.

$\therefore \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}$

$= \dfrac{\gamma}{\alpha}\vec{a} + \vec{b} + \dfrac{\beta}{\alpha}\vec{b}$

$= \dfrac{\gamma}{\alpha}\vec{a} + \boxed{\left(1+\dfrac{\beta}{\alpha}\right)}_{\text{イ}}\vec{b}$.

次に, ①より,

$\overrightarrow{AD} = \left(1+\dfrac{\beta}{\alpha}\right)\vec{a} + \dfrac{\gamma}{\alpha}\vec{b}$

であるから, DE の中点を M とすると,

$\overrightarrow{AM} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE}\right)$

$= \boxed{\dfrac{1}{2}\left(1+\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\gamma}{\alpha}\right)}_{\text{ウ}}(\vec{a}+\vec{b})$.

次に, ①より,

$\overrightarrow{AF} = \vec{a} + \dfrac{\gamma}{\alpha}\vec{b}$

であるから,

$\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AC}$

$= \boxed{\left(\dfrac{\gamma}{\alpha}-1\right)}_{\text{エ}}(\vec{b}-\vec{a})$.

$|\overrightarrow{CF}| = \gamma$, $|\vec{b}-\vec{a}| = \beta$ であるため,

$\gamma = \left(\dfrac{\gamma}{\alpha}-1\right)\cdot\beta$.

$\therefore \dfrac{1}{\alpha} = \boxed{\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}}_{\text{オ}}$.

[2] 正七角形 ABCDEFG の外接円の中心を O とすると,

$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}+\overrightarrow{OG} = \vec{0}$.

始点を A にすることにより,

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AG} = \boxed{7}_{\text{カ}}\overrightarrow{AO}$.

これまでの結果より,

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AG}$

$= \vec{a}+\vec{b}+\left(1+\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\gamma}{\alpha}\right)(\vec{a}+\vec{b})$

$+ \left(1+\dfrac{\gamma}{\alpha}\right)(\vec{a}+\vec{b})$

$= \dfrac{3\alpha+\beta+2\gamma}{\alpha}(\vec{a}+\vec{b})$.

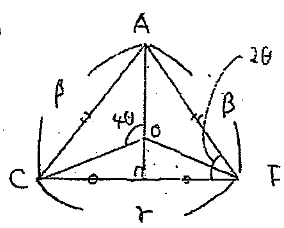
$\therefore 7\overrightarrow{AO} = \dfrac{3\alpha+\beta+2\gamma}{\alpha}(\vec{a}+\vec{b})$.

よって,

$\overrightarrow{AO} = \dfrac{\boxed{3}_{\text{キ}}\alpha+\boxed{1}_{\text{ク}}\beta+\boxed{2}_{\text{ケ}}\gamma}{7\alpha}(\vec{a}+\vec{b})$.

$\boxed{\text{IV}}$

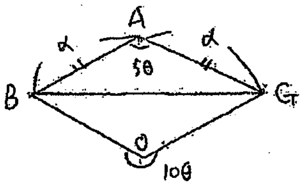
[3]



△ACFに着目すると、上の図より、

$\gamma = 2 \cdot \beta \cdot \cos 2\theta$

$= 2\beta \cos(\boxed{2}_{コ}\theta)$, …②



次に、△ABGに着目すると、上の図より、

$\vec{AB} \cdot \vec{AG} = \alpha \cdot \alpha \cdot \cos 5\theta$

$= \alpha^2 \cos 5\theta$

$\therefore |\vec{AB} + \vec{AG}|^2 = |\vec{AB}|^2 + 2\vec{AB} \cdot \vec{AG} + |\vec{AG}|^2$

$= 2\alpha^2\{1 + \cos(\boxed{5}_{サ}\theta)\}$

$= 2\alpha^2\{1 + \cos(\pi - 2\theta)\}$

（$7\theta = \pi$ より）

$= 2\alpha^2\{1 - \cos(-2\theta)\}$

$= 2\alpha^2\{1 + \boxed{-\frac{1}{2}}_{シ} \frac{\alpha}{\beta}\}$. （②より）

[4] $A(R\cos 7\theta, R\sin 7\theta)$,

$M(R\cos\theta, R\sin\theta)$

とするとき,

$B(R\cos 5\theta, -R\sin 5\theta)$,

$C(R\cos 3\theta, -R\sin 3\theta)$,

$D(R\cos\theta, -R\sin\theta)$,

$E(R\cos\theta, R\sin\theta)$,

$F(R\cos 3\theta, R\sin 3\theta)$,

$G(R\cos 5\theta, R\sin 5\theta)$.

とおけて,

$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} + \vec{AG} = 7\vec{AO}$

であるため、ベクトルのx座標成分を考えると,

$2R\cos\theta + 2R\cos 3\theta + 2R\cos 5\theta - 6R\cos 7\theta$

$= -7R\cos 7\theta$.

$2\cos\theta + 2\cos 3\theta + 2\cos 5\theta = 1$. （$7\theta = \pi$ より）

よって,

$\cos\theta + \cos 3\theta + \cos 5\theta = \boxed{\frac{1}{2}}_{ス}$.

さらに, $7\theta = \pi$ より,

$|\vec{AB}|^2 + |\vec{AC}|^2 + |\vec{AD}|^2$

$= R^2(\cos 5\theta + 1)^2 + R^2\sin^2 5\theta + R^2(\cos 3\theta + 1)^2$

$+ R^2\sin^2 3\theta + R^2(\cos\theta + 1)^2 + R^2\sin^2\theta$

$= 6R^2 + 2R^2(\cos 5\theta + \cos 3\theta + \cos\theta)$

$= 7R^2$

したがって,

$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \boxed{7}_{セ} R^2$.

IV

[1]

2人の委員の選び方は

$$ {}_mC_2 \text{ 通り} $$

で，これらは同様に確からしい．

選ばれる委員が同性となるのは

ともに男性を選ぶかともに女性を選ぶときなので，それは

$n \geqq 2$，$m-n \geqq 2$ のときは

$$ {}_nC_2 + {}_{m-n}C_2 $$

$$ = \frac{n(n-1)}{2} + \frac{(m-n)(m-n-1)}{2} $$

通りであり，これは

$$ 0 \leqq n \leqq 1,\quad 0 \leqq m-n \leqq 1 $$

のときも成り立つ．

よって，求める確率は

$$ \frac{\frac{n(n-1)}{2} + \frac{(m-n)(m-n-1)}{2}}{\frac{m(m-1)}{2}} $$

$$ = \frac{\boxed{n(n-1) + (m-n)(m-n-1)}}{m(m-1)}\ ア $$

この確率が $\frac{1}{2}$ となるのは

$$ \frac{n(n-1)+(m-n)(m-n-1)}{m(m-1)} = \frac{1}{2} $$

$$ 4n^2 - 4mn + m^2 - m = 0 $$

$$ n = \frac{2m \pm \sqrt{4m^2 - 4(m^2-m)}}{4} $$

$$ = \boxed{\frac{m \pm \sqrt{m}}{2}}\ イ $$

n が整数なので，m は平方数であることが必要である．

$m = l^2\ (l \geqq 2)$ とおくと

$$ n = \frac{l^2 \pm l}{2} = \frac{l(l \pm 1)}{2} $$

$l(l \pm 1)$ は正の偶数なので，n は正の整数となる．

条件を満たす m のうち 9 番目に小さいのは

$$ m = 10^2 = \boxed{100}\ ウ $$

であり，このときの n のうち大きい方は

$$ n = \frac{100+10}{2} = \boxed{55}\ エ $$

IV

[2]

$$P_1=\frac{n(m-n)}{{}_mC_2}$$

k 週目まで常に男女が1人ずつ選ばれたとすると，この時点で選ばれていないのは

$$\begin{cases}\text{男}\ n-k\ \text{人}\\ \text{女}\ m-n-k\ \text{人}\end{cases}$$

となる．

$n-k>0,\ m-n-k>0$

であれば，

$$P_{k+1}=\frac{(n-k)(m-n-k)}{{}_{m-2k}C_2}P_k$$

$$=\frac{2(n-k)(m-n-k)}{(m-2k)(m-2k-1)}P_k$$

よって

$$R_{k+1}=\frac{\boxed{2(n-k)(m-n-k)}_{\text{オ}}}{(m-2k)(m-2k-1)}$$

$$R_k=\frac{1}{20},\ R_{k+1}=0\quad(k\geqq 2)$$

となるときを考える．

(ア)　$n\leqq m-n$ のとき

$R_k>0,\ R_{k+1}=0$ より

$$k=n$$

である．このとき

$$R_k=\frac{2(n-k+1)(m-n-k+1)}{(m-2k+2)(m-2k+1)}$$

$$=\frac{2(m-2n+1)}{(m-2n+2)(m-2n+1)}$$

$$=\frac{2}{m-2n+2}$$

$R_k=\dfrac{1}{20}$ より

$$m-2n+2=40$$

$$m-2n=38$$

$$(m-n)-n=38$$

(イ)　$n\geqq m-n$ のとき

(ア)と同様にして

$$k=m-n$$

であり，

$$R_k=\frac{2(2n-m+1)}{(2n-m+2)(2n-m+1)}$$

$$=\frac{2}{2n-m+2}=\frac{1}{20}$$

$$2n-m+2=40$$

$$n-(m-n)=38$$

(ア)，(イ)いずれの場合も

男女の人数の差は $\boxed{38}_{\text{カ}}$ である．

IV

[3] Q_1 は3人の委員の内訳が
「男性1人女性2人」または
「男性3人女性0人」
となるときなので，[1] と同様に

$$Q_1 = \frac{n \times \frac{(m-n)(m-n-1)}{2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{6}}{\frac{m(m-1)(m-2)}{6}}$$

$$= \frac{n\left\{\boxed{3(m-n)(m-n-1)+(n-1)(n-2)}^{キ}\right\}}{m(m-1)(m-2)}$$

$k+1$ 週目までに選ばれた男子の人数の累計が奇数となるのは

(ア) k 週目までに選ばれた男子の人数の累計が奇数であり，
$k+1$ 週目に男子が偶数人選ばれる

(イ) k 週目までに選ばれた男子の人数の累計が偶数であり，
$k+1$ 週目に男子が奇数人選ばれる

のいずれかであり，これらは互いに排反であるから

$$Q_{k+1} = Q_k(1-Q_1) + (1-Q_k)Q_1$$

$$= \boxed{(1-2Q_1)Q_k + Q_1}_{ク}$$

$$Q_{k+1} - \frac{1}{2} = (1-2Q_1)\left(Q_k - \frac{1}{2}\right)$$

$\left\{Q_k - \frac{1}{2}\right\}$ は初項 $Q_1 - \frac{1}{2}$，
公比 $1-2Q_1$ の等比数列であるから，

$$Q_{k+1} - \frac{1}{2} = \left(Q_1 - \frac{1}{2}\right)(1-2Q_1)^k$$

$$Q_{k+1} = \left(Q_1 - \frac{1}{2}\right)(1-2Q_1)^k + \frac{1}{2}$$

$$= \boxed{-\frac{1}{2}(1-2Q_1)^{k+1} + \frac{1}{2}}_{ケ}$$

k の値によらず Q_k が一定の値となるのは，

$1-2Q_1 = 0$ または $1-2Q_1 = 1$

であることが必要である．$Q_1 > 0$ より

$$Q_1 = \frac{1}{2}$$

で，このとき k の値によらず $Q_k = \frac{1}{2}$ となる．よって

$$\frac{n\{3(m-n)(m-n-1)+(n-1)(n-2)\}}{m(m-1)(m-2)} = \frac{1}{2}$$

これを整理すると，

$$(2n-m)(m^2-4mn+4n^2-3m+2) = 0$$

よって

$$\begin{cases} 2n-m=0 & \cdots ① \\ \quad \text{または} & \\ m^2-4mn+4n^2-3m+2=0 & \cdots ② \end{cases}$$

① のとき
$$\frac{m}{n} = 2$$

10/10

IV

② のとき

$$m^2-4mn+4n^2-3m+2=0 \cdots ②$$

$$(2n-m)^2=3m-2 \cdots ③$$

右辺は3の倍数でないので
$2n-m$ も3の倍数ではない。
よって
$$2n-m=3l\pm1 \ (l\text{は整数})$$
とおける。

(ア) $2n-m=3l+1$ (lは整数) のとき

③に代入して

$$9l^2+6l+1=3m-2$$

$$m=3l^2+2l+1$$

$$n=\frac{3l^2+5l+2}{2}$$

$m\geqq4$ より $l\geqq1$ であり，このとき

$$n=3\cdot\frac{l(l+1)}{2}+l+1$$

は整数となり，また

$$m-n=\frac{l(3l-1)}{2}>0$$

である。

(イ) $2n-m=3l-1$ (lは整数) のとき

③に代入して

$$9l^2-6l+1=3m-2$$

$$m=3l^2-2l+1$$

$$n=\frac{3l^2+l}{2}$$

$m\geqq4$ より $l\geqq2$ であり，このとき

$$n=3\cdot\frac{l(l+1)}{2}-l$$

は整数となり，また

$$m-n=\frac{(3l-2)(l-1)}{2}>0$$

である。

以上より $\frac{m}{n}$ は

$$\boxed{\begin{cases} 2 \\ \dfrac{2(3l^2+2l+1)}{3l^2+5l+2} & (l\text{は}1\text{以上の整数}) \\ \dfrac{2(3l^2-2l+1)}{3l^2+l} & (l\text{は}2\text{以上の整数}) \end{cases}}$$

コ

である。

(コの補足)

想定されていた解は2のみであると
思われるが、上のようにそれ以外にも
解は無数に存在する