1

(1)　先に取り始めた人が勝利するのは，赤玉を 1, 3, 5, $\cdots$, $n+1$ 回目のいずれかに取り出したときであるから，一般に $2k+1$ 回目 $\left(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ \dfrac{n}{2}\right)$ に取り出して勝利する確率を p_k とすると，

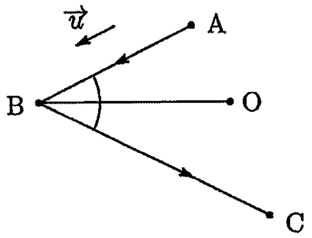
$$p_k=\frac{n}{n+1}\times\frac{n-1}{n}\times\cdots\times\frac{n+1-2k}{n+2-2k}\times\frac{1}{n+1-2k}=\frac{1}{n+1}\,.$$

p_k を k についての和を取ることで，求める確率は

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{\frac{n}{2}}p_k&=\sum_{k=0}^{\frac{n}{2}}\frac{1}{n+1}\\&=\frac{1}{n+1}\left(\frac{n}{2}+1\right)\\&=\frac{n+2}{2(n+1)}\,.\end{aligned}$$

$\cdots$(答)

(2)



B は A(1, 1, 1) を端点とし $\vec{u}=(0,\ 1,\ -1)$ と同じ向きの半直線上にあるから，正の実数 k を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+k\vec{u}=(1,\ 1+k,\ 1-k)$$

すなわち $\mathrm{B}(1,\ 1+k,\ 1-k)$ と表せ，B は球面 $S: x^2+y^2+z^2=5$ の上にあるから，

$$1^2+(1+k)^2+(1-k)^2=5\,.$$

これを整理すると $k^2=1$ となるから，$k>0$ より $k=1$ が定まり，B(1, 2, 0) となる．

次に，C は平面 OAB 上にあるから，実数 $s,\ t$ を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{BC}}=s\overrightarrow{\mathrm{BO}}+t\overrightarrow{\mathrm{BA}}$$

すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=t\overrightarrow{\mathrm{OA}}+(1-s-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}$

($\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{BC}}$ は平行でないから，$s\neq0$ である)

と表せ，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=(1,\ 1,\ 1)$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(1,\ 2,\ 0)$ を代入すると

$$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=(1-s,\ 2-2s-t,\ t)\,.$$

$\cdots$①

1　（つづき１）

一方，直線 OB は $\angle\mathrm{ABC}$ を二等分するから，$\cos\angle\mathrm{OBA} = \cos\angle\mathrm{OBC}$ より

$$\frac{\overrightarrow{\mathrm{BO}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BA}}}{|\overrightarrow{\mathrm{BO}}||\overrightarrow{\mathrm{BA}}|} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{BO}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{BO}}||\overrightarrow{\mathrm{BC}}|}$$

であり，$\overrightarrow{\mathrm{BO}} = (-1,\ -2,\ 0)$, $\overrightarrow{\mathrm{BA}} = (0,\ -1,\ 1)$, $\overrightarrow{\mathrm{BC}} = (-s,\ -2s-t,\ t)$ より

$$\frac{0+2+0}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}} = \frac{s+2(2s+t)+0}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{(-s)^2+(-2s-t)^2+t^2}}\ .$$

$$\sqrt{2}\sqrt{5s^2+4st+2t^2} = 5s+2t\ .$$

両辺を２乗して，

$$2(5s^2+4st+2t^2) = (5s+2t)^2\ .$$

$$5s^2+4st = 0\ .$$

$$5s+4t = 0\ .\quad (s \neq 0 \text{ より})$$

$$t = -\frac{5}{4}s\ .$$

これを①に代入すると $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \left(1-s,\ 2-\frac{3}{4}s,\ -\frac{5}{4}s\right)$ となり，さらに $|\overrightarrow{\mathrm{OC}}| = \sqrt{5}$ に代入すると，

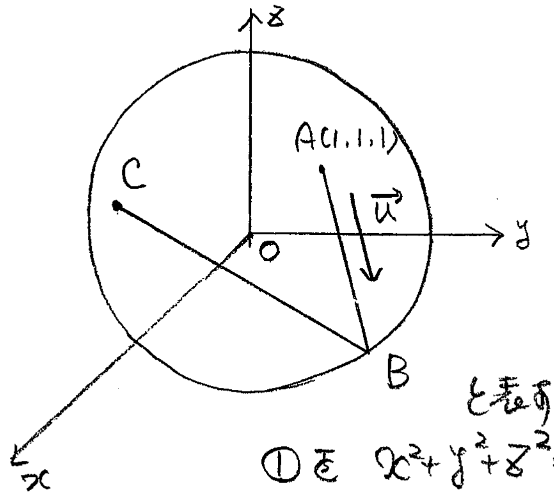
$$(1-s)^2 + \left(2-\frac{3}{4}s\right)^2 + \left(-\frac{5}{4}s\right)^2 = 5\ .$$

$$5s^2 - 8s = 0\ .$$

$s \neq 0$ より $s = \frac{8}{5}$ となり，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \left(1-s,\ 2-\frac{3}{4}s,\ -\frac{5}{4}s\right) = \left(-\frac{3}{5},\ \frac{4}{5},\ -2\right)$ であるから，

$$\mathrm{C}\left(-\frac{3}{5},\ \frac{4}{5},\ -2\right)\ . \qquad \cdots(\text{答})$$

1　（つづき２）　【（２）の別解】



点A(1,1,1)を通り$\vec{u}=(0,1,-1)$と同じ向きに出た光線を表す直線上の点を

$$(x,y,z)=(1,1,1)+t(0,1,-1)$$
$$=(1,\ 1+t,\ 1-t)\cdots①$$
$$(t>0)$$

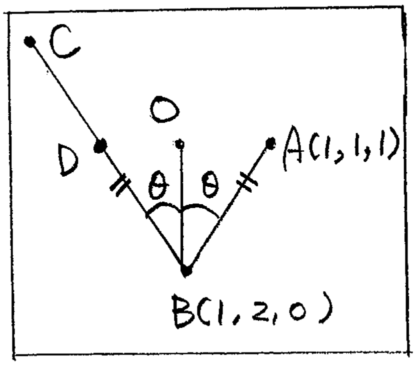
と表すことができるので，①を $x^2+y^2+z^2=5$ に代入して

$$1+(1+t)^2+(1-t)^2=5$$
$$2t^2+3=5$$

これを解いて $t=\pm1$ ，$t>0$ より $t=1$

よって①に代入して B(1, 2, 0) となる。

次に，3点O，A，Bを通る平面上で考える：



反射光は直線OBが∠ABCを二等分するように進むので線分BC上で$\overrightarrow{BA}=(0,-1,1)$の大きさ$|\overrightarrow{BA}|=\sqrt{2}$と同じである点をDとおくと．

$$\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BA}=k\overrightarrow{BO}\quad(k>0)$$

と表せることから，$\overrightarrow{BD}=k\overrightarrow{BO}-\overrightarrow{BA}$

$$=k(-1,-2,0)-(0,-1,1)$$
$$=(-k,\ -2k+1,\ -1)\cdots②$$

$$\therefore\ |\overrightarrow{BD}|^2=k^2+(-2k+1)^2+1$$
$$=5k^2-4k+2$$

今，$|\overrightarrow{BD}|=\sqrt{2}$ より

$$5k^2-4k+\cancel{2}=\cancel{2}$$

1　（つづき３）　【（２）の別解のつづき】

$$k(5k-4)=0$$

$k>0$ より　$k=\frac{4}{5}$

よって②より　$\overrightarrow{BD}=\left(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5},-1\right)$ と表せる。

すると，$\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+l\overrightarrow{BD}$ とおけるので　$(l>0)$

$$=(1,2,0)+l\left(-\frac{4}{5},-\frac{3}{5},-1\right)$$

$-\frac{l}{5}=m$ とおくと　$(m<0)$

$$=(1,2,0)+(4m,3m,5m)$$

$$=(4m+1,3m+2,5m)\cdots③$$

③を $x^2+y^2+z^2=5$ に代入して

$$(4m+1)^2+(3m+2)^2+25m^2=5$$

$$50m^2+20m=0$$

$$10m(5m+2)=0$$

$m<0$ より　$m=-\frac{2}{5}$

③に代入して　$\overrightarrow{OC}=\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5},-2\right)$

よって 点 $C\left(-\frac{3}{5},\frac{4}{5},-2\right)\cdots$(答)

1 （つづき４）

(3)　曲線 $C: y=\log x$ の点 $(t,\ \log t)$ における接線の方程式は，$y'=\dfrac{1}{x}$ より

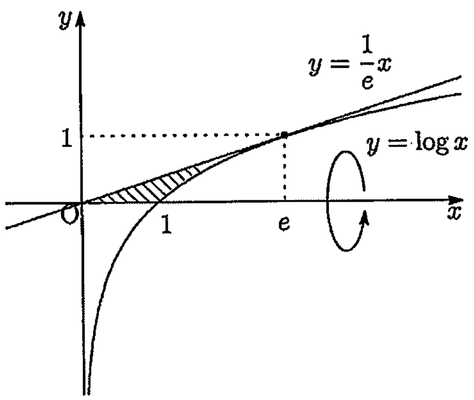
$$y=\frac{1}{t}(x-t)+\log t\ . \qquad \cdots①$$

これが原点を通る条件は，$x=0$，$y=0$ を代入して

$$0=\frac{1}{t}(0-t)+\log t \quad \text{すなわち，} \quad \log t=1\ .$$

よって，$t=e$ となるから，ℓ の方程式①は

$$y=\frac{1}{e}(x-e)+\log e=\frac{1}{e}x\ .$$



したがって，求める体積 V は，

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\times\pi\cdot 1^2\times e-\int_1^e \pi(\log x)^2\,dx \\ &= \frac{1}{3}\pi e-\pi\Big[\,x(\log x)^2\,\Big]_1^e+\pi\int_1^e x\cdot 2\log x\cdot\frac{1}{x}\,dx \\ &= \frac{1}{3}\pi e-\pi e+2\pi\Big[\,x\log x-x\,\Big]_1^e \\ &= 2\pi-\frac{2}{3}\pi e\ . \end{aligned} \qquad \cdots(答)$$

$\boxed{1}$ （つづき５）

(4)　$\displaystyle\int_{a^2}^{a^3b} f(t)\,dt - \int_a^{a^2} f(t)\,dt$ の値が a によらない条件は，

$$\frac{d}{da}\left(\int_{a^2}^{a^3b} f(t)\,dt - \int_a^{a^2} f(t)\,dt\right) = 0\,.$$

$$f(a^3b)\cdot 3a^2b - f(a^2)\cdot 2a - f(a^2)\cdot 2a + f(a) = 0\,.$$

$$3a^2bf(a^3b) - 4af(a^2) + f(a) = 0\,. \qquad \cdots①$$

①に $a=1$，$b=x$ (x は正の実数) を代入すると，

$$3xf(x) - 4f(1) + f(1) = 0 \quad \text{すなわち，} \quad f(x) = \frac{f(1)}{x}$$

となり，さらに $x=2$ を代入すると $f(2) = \dfrac{f(1)}{2}$ であるから，$f(2)=1$ より

$$f(1) = 2\,.$$

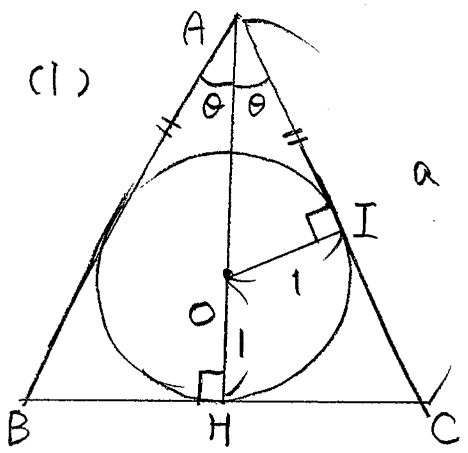
よって，任意の正の実数 x に対して $f(x) = \dfrac{2}{x}$ となるが，逆にこのとき

$$3a^2bf(a^3b) - 4af(a^2) + f(a) = \frac{6a^2b}{a^3b} - \frac{8a}{a^2} + \frac{2}{a} = 0$$

となって①が成り立つから，

$$f(x) = \frac{2}{x}\,. \qquad \cdots(\text{答})$$

$\boxed{2}$ (1)



$\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\text{ である}\right)$

$AC=a$ とおき，内接円の中心を O，辺 BC，AC と円との接点をそれぞれ H，I とおく。

$\boxed{図}$より $CH=a\sin\theta$

$AH=a\cos\theta$ より

$$AO=AH-OH=a\cos\theta-1$$

である。$\triangle ACH \sim \triangle AOI$ より

$$AC:CH=AO:OI$$

$$\therefore\ a:a\sin\theta=(a\cos\theta-1):1$$

$$\cancel{a}^{1}=\cancel{a}\sin\theta(a\cos\theta-1)$$

$$1=a\sin\theta\cos\theta-\sin\theta$$

$$\therefore\ a=\frac{1+\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}\ (=AC)\ \cdots(答)$$

(2)　(1) より

$$f(\theta)=\frac{1+\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}\ \text{とおくと，}$$

$$f'(\theta)=\frac{\cos\theta\cdot\sin\theta\cos\theta-(1+\sin\theta)(\cos^2\theta-\sin^2\theta)}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$$

ここで (分子) $=\sin\theta(1-\sin^2\theta)-(1+\sin\theta)(1-2\sin^2\theta)$

$=(1+\sin\theta)\{\sin\theta(1-\sin\theta)-(1-2\sin^2\theta)\}$

$=(1+\sin\theta)(\sin^2\theta+\sin\theta-1)$ より

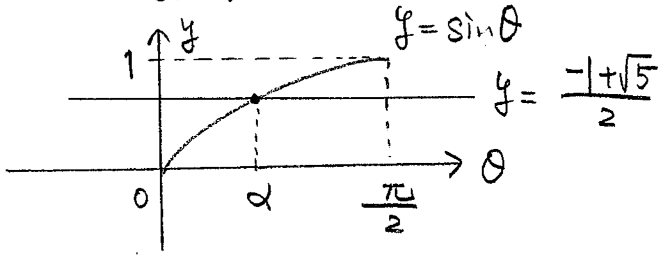
$\boxed{2}$ (つづき1)

$$f'(\theta)=\frac{(1+\sin\theta)\left(\sin\theta-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\sin\theta-\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)}{\sin^2\theta\cos^2\theta}$$

となる。ここで $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ より

$f'(\theta)$ の符号は $\sin\theta-\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

の符号に一致する。



$\sin\theta=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ をみたす θ を $\theta=\alpha$ とおくと,

上のグラフより $f(\theta)$ の増減は次のようになる。

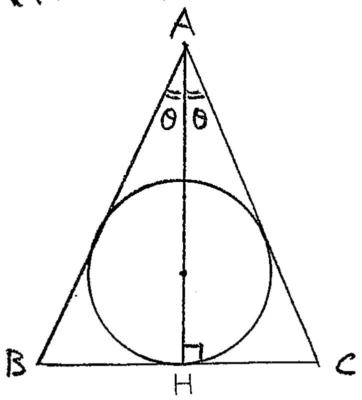
θ	(0)	$\cdots$	α	$\cdots$	$\left(\frac{\pi}{2}\right)$
$f'(\theta)$		$-$	0	$+$	
$f(\theta)$		$\searrow$	最小	$\nearrow$	

よって AC$(=f(\theta))$ が最小となるときの $\sin\theta$ は

$$\sin\theta=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \quad \cdots (答)$$

2 （つづき２）

（(1)の別解）



辺BCの中点をHとする．直角三角形ACHにおいて

$$AH = AC\cos\theta,\quad CH = AC\sin\theta.$$

内接円の半径が1なので，面積に着目して

$$\frac{1}{2}BC\cdot AH = \frac{1}{2}(AB + BC + CA)$$

が成り立つので，

$$2AC\sin\theta\cdot AC\cos\theta = AC + 2AC\sin\theta + AC$$

すなわち　$2AC^2\sin\theta\cos\theta = 2AC(1+\sin\theta)$

$AC > 0$ から．　$AC = \dfrac{1+\sin\theta}{\sin\theta\cos\theta}$　・・・（答）

3

(1)　C_n の定め方から，C_n の短半径（短軸の長さの半分）b_n は公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列をなすから，$b_0=1$ より，

$$b_n = b_0\left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n .$$

また，C_n の定め方から，C_n の中心は x 軸上にあるとしてよいので，その方程式は

$$C_n : \frac{(x-a_n)^2}{4b_n^2} + \frac{y^2}{b_n^2} = 1 \qquad \cdots ★$$

と表される．

C_n の定め方から，C_n と C_{n+1} の共有点は $\left(a_{n+1},\ \pm\frac{1}{2}b_n\right)$ であるから，これを ★ に代入すると，

$$\frac{(a_{n+1}-a_n)^2}{4b_n^2} + \frac{b_n^2}{4b_n^2} = 1 .$$

$$(a_{n+1}-a_n)^2 = 3b_n^2 .$$

C_{n+1} の中心は C_n より右にあるから，$a_n < a_{n+1}$ より，

$$a_{n+1} - a_n = \sqrt{3}b_n = \sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n .$$

よって，階差数列の公式より，$n \geqq 1$ のとき

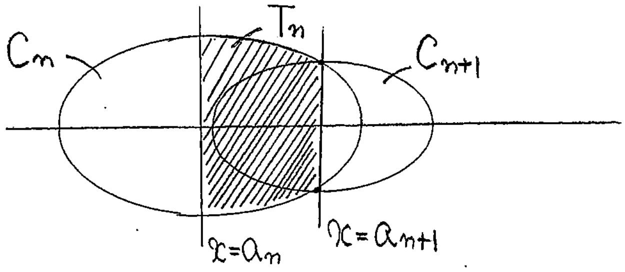
$$\begin{aligned} a_n &= a_0 + \sum_{k=0}^{n-1}\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^k \\ &= 0 + \sqrt{3}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} \\ &= 2\sqrt{3}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\} \end{aligned}$$

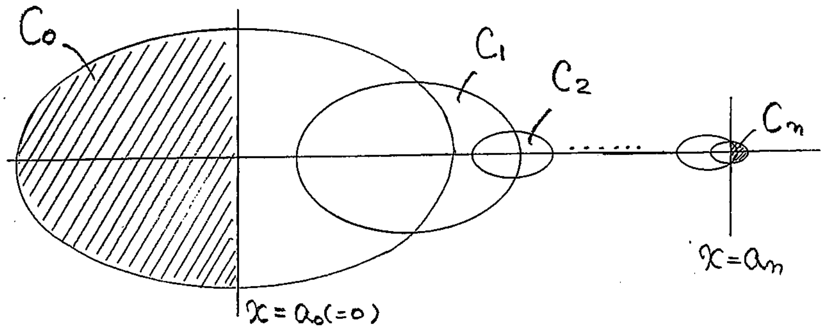
であり，$n=0$ のときも $a_0 = 0 = 2\sqrt{3}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^0\right\}$ と表せるから，

$$a_n = 2\sqrt{3}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\} . \qquad \cdots(答)$$

3（つづき1）

(2)





C_n の $a_n \leqq x \leqq a_{n+1}$ の部分と 2 直線 $x=a_n$，$x=a_{n+1}$ で囲まれた領域の面積を T_n とすると，

$$\begin{aligned}
T_n &= 2\int_{a_n}^{a_{n+1}} \sqrt{b_n^2 - \frac{(x-a_n)^2}{4}}\,dx \\
&= 2\int_0^{\frac{\pi}{3}} b_n\cos\theta\cdot 2b_n\cos\theta\,d\theta \quad (x-a_n=2b_n\sin\theta\text{とおいた}) \\
&= 2b_n^2\int_0^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos 2\theta)\,d\theta \\
&= 2b_n^2\left[\theta+\frac{1}{2}\sin 2\theta\right]_0^{\frac{\pi}{3}} \\
&= \left(\frac{2}{3}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^n
\end{aligned}$$

であるから，$n \geqq 1$ のとき，$D_0 \cup D_0 \cup \cdots \cup D_n$ の面積 S_n は

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{1}{2}\times\pi\cdot 2b_0\cdot b_0 + \sum_{k=0}^{n-1} T_k + \frac{1}{2}\times\pi\cdot 2b_n\cdot b_n \\
&= \pi + \sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{2}{3}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^k + \pi\left(\frac{1}{4}\right)^n .
\end{aligned}$$

よって，

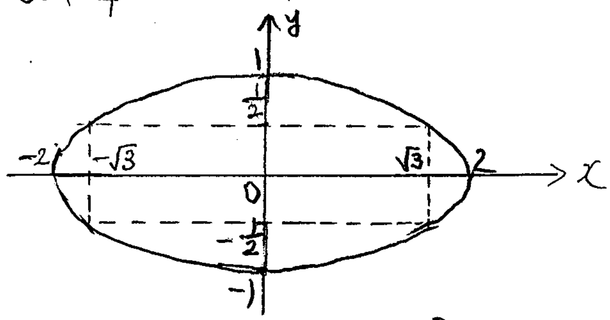
$$\begin{aligned}
\lim_{n\to\infty} S_n &= \lim_{n\to\infty}\left\{\pi + \sum_{k=0}^{n-1}\left(\frac{2}{3}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^k + \pi\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\} \\
&= \pi + \left(\frac{2}{3}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{4}} + 0 \\
&= \frac{17}{9}\pi + \frac{2}{3}\sqrt{3} .
\end{aligned}$$

$\cdots$(答)

3（つづき2）

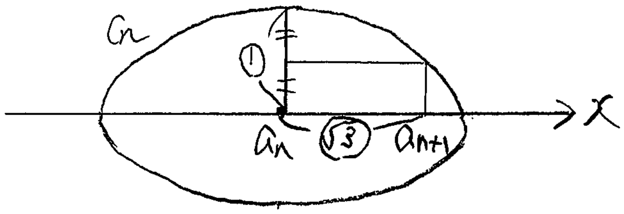
〈別解〉

(1) C_0 : $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ において $y=\pm\frac{1}{2}$ とすると $x=\pm\sqrt{3}$



C_0 の短半径は1であり条件より C_n の短半径は公比 $\frac{1}{2}$ の等比数列をなすので C_n の短半径は $\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

このことと C_0 と C_n が相似であることから



$$a_{n+1}=a_n+\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^n \quad (n=0, 1, 2, \cdots)$$

よって $n\geqq 1$ のとき

$$a_n=a_0+\sum_{k=0}^{n-1}\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\right)^k$$

$$=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{3}=2\sqrt{3}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}$$

この式は $n=0$ のときも成り立つので

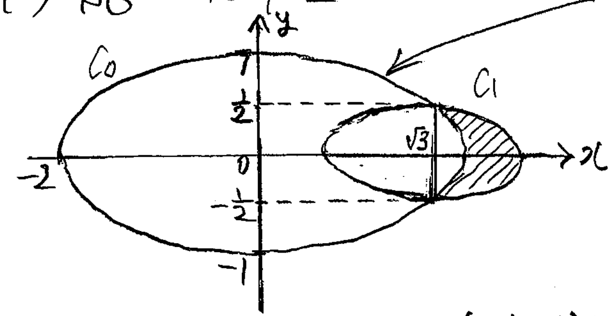
$$a_n=2\sqrt{3}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\} \quad \cdots(答)$$

3 (つづき3)

(2) $S_0 = \pi \cdot 1 \cdot 2 = 2\pi$

$\dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$

$y = \pm \dfrac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}$



$\overline{D_0} \cap D_1$ (＝上図の斜線部分) の面積 $S_1 - S_0$ は

$\dfrac{1}{2}\pi \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 1 - 2\displaystyle\int_{\sqrt{3}}^{2} \dfrac{1}{2}\sqrt{4 - x^2}\,dx$

$= \dfrac{\pi}{4} - \displaystyle\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2\theta\,d\theta$ 　($x = 2\sin\theta$ と置換した)

$= \dfrac{\pi}{4} - 2\left[\theta + \dfrac{1}{2}\sin 2\theta\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\pi}{12}$

$n = 1, 2, 3, \cdots$ に対して C_{n-1} と C_n は相似であり相似比は

$2:1$ であるので $\overline{D_{n-1}} \cap D_n$ と $\overline{D_n} \cap D_{n+1}$ も相似であり

その面積比は $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

よって $S_n - S_{n-1} = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\pi}{12}\right)\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n-1}$ であるので $n \geqq 1$ のとき

$S_n = S_0 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n}(S_k - S_{k-1}) = 2\pi + \dfrac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} \cdot \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\pi}{12}\right)$

以上より

$\displaystyle\lim_{n\to\infty} S_n = 2\pi + \dfrac{4}{3}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{17}{9}\pi + \dfrac{2}{3}\sqrt{3}$ 　$\cdots$(答)

4

(1)　C_k 上の点 $\mathrm{P}\left(x,\ \dfrac{k}{\sqrt{1+x^2}}\right)$ と原点 O の距離の 2 乗を

$$f(x)=\mathrm{OP}^2=x^2+\frac{k^2}{1+x^2}$$

とおくと，

$$f'(x)=2x-\frac{2k^2x}{(1+x^2)^2}=\frac{2x(1+x^2+k)(1+x^2-k)}{(1+x^2)^2}.$$

$0\leqq x\leqq 1$ のとき $1-k\leqq 1+x^2-k\leqq 2-k$ であるから，$1-k$ と $2-k$ それぞれと 0 の大小で分類すると，

x	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$		↗	

$0<k\leqq 1$ のとき

x	0	$\cdots$	$\sqrt{k-1}$	$\cdots$	1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	極小	↗	

$1<k<2$ のとき

x	0	$\cdots$	1
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$		↘	

$2\leqq k$ のとき

増減表より，$f(x)$ が最大となるのは $x=0$ のときか，または $x=1$ のときであるが，

$$f(1)-f(0)=1+\frac{k^2}{2}-k^2=\frac{(\sqrt{2}+k)(\sqrt{2}-k)}{2}$$

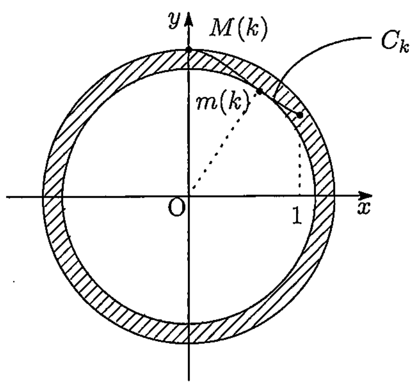
であるから，$\mathrm{OP}=\sqrt{f(x)}$ の最大値 $M(k)$ は，

$$M(k)=\begin{cases}\sqrt{f(1)}\ =\sqrt{1+\dfrac{k^2}{2}} & (0<k\leqq\sqrt{2}\text{のとき}),\\ \sqrt{f(0)}\ =k & (\sqrt{2}<k\text{ のとき}).\end{cases}\qquad\cdots(\text{答})$$

4（つづき）

(2)　$\mathrm{OP}=\sqrt{f(x)}$ の最小値を $m(k)$ とすると，(1) の増減表より，

$$m(k)=\begin{cases}\sqrt{f(0)} & =k & (0<k\leqq 1 \text{ のとき}),\\ \sqrt{f(\sqrt{k-1})} & =\sqrt{2k-1} & (1<k<2 \text{ のとき}),\\ \sqrt{f(1)} & =\sqrt{1+\dfrac{k^2}{2}} & (2\leqq k \text{ のとき}).\end{cases}$$



原点を中心に C_k を（座標平面内で）1 回転させるとき，C_k が通過しうる領域は，不等式

$$\{m(k)\}^2\leqq x^2+y^2\leqq\{M(k)\}^2$$

で表される領域であるから，その面積 $S(k)$ は，半径 $M(k)$ の円の面積から半径 $m(k)$ の円の面積を除いて，

$$S(k)=\pi\{M(k)\}^2-\pi\{m(k)\}^2=\begin{cases}\pi\left(1-\dfrac{k^2}{2}\right) & (0<k\leqq 1 \text{ のとき}),\\ \pi\left(\dfrac{k^2}{2}-2k+2\right) & (1<k\leqq \sqrt{2} \text{ のとき}),\\ \pi(k^2-2k+1) & (\sqrt{2}<k<2 \text{ のとき}),\\ \pi\left(\dfrac{k^2}{2}-1\right) & (2\leqq k \text{ のとき}).\end{cases}\quad\cdots\text{(答)}$$