第1問

Ⅰ(1)　ア　$\underline{v_x}$　イ　$\underline{v_y}$　ウ　$\underline{a_x}$　エ　$\underline{a_y}$　オ　$\underline{a_y}$　カ　$\underline{a_x}$

(2)　$\Delta A_v=0$ より，$xa_y-ya_x=0$

また，運動方程式より，$a_x=\dfrac{F_x}{m}$，$a_y=\dfrac{F_y}{m}$ だから，$\underline{xF_y-yF_x=0}$

(3)　(2)の答より $\vec{r}$ と $\vec{F}$ は平行であり，円周上を運動する場合 $\vec{r}$ と $\vec{v}$ は垂直である。
よって $\vec{F}$ と $\vec{v}$ はつねに垂直となり，力 $\vec{F}$ がする仕事は
<u>点Aから点Bまで，点Aから点Cまでのいずれも0で等しい。</u>

Ⅱ(1)　小球の運動エネルギーは $K=\dfrac{1}{2}m({v_x}^2+{v_y}^2)$

求める差は，$K-K_r=\dfrac{1}{2}m({v_x}^2+{v_y}^2-v_r^2)=\dfrac{1}{2}m\left\{v_x^2+v_y^2-\left(\dfrac{xv_x+yv_y}{r}\right)^2\right\}$

$$=\frac{m\left(x^2v_y^2+y^2v_x^2-2xyv_xv_y\right)}{2r^2}=\underline{\frac{2mA_v^2}{r^2}}$$

(2)　$A_v=A_0$ として，力学的エネルギーは，

$E=K+U=\dfrac{1}{2}mv_r^2+\dfrac{2mA_0^2}{r^2}-G\dfrac{Mm}{r}$

ここで，任意の r について，$\dfrac{1}{2}mv_r^2=0$ のときに E が最小になる。

よって，$xv_x+yv_y=0$ となり，これは $\vec{r}$ と $\vec{v}$ が垂直となることを意味するから，
運動は<u>等速円運動</u>である。

またこのときの速さを v とすると，

運動方程式 $m\dfrac{v^2}{r}=G\dfrac{Mm}{r^2}$ から $K=\dfrac{1}{2}mv^2=G\dfrac{Mm}{2r}=\dfrac{2mA_0^2}{r^2}$ となり，

$r=\dfrac{4A_0^2}{GM}$ となるから，$E=\dfrac{1}{2}mv^2-G\dfrac{Mm}{r}=-G\dfrac{Mm}{2r}=\underline{-\dfrac{G^2M^2m}{8A_0^2}}$

Ⅲ(1)　量子条件と小球のド・ブロイ波長の式から，$2\pi r=n\dfrac{h}{mv}$

運動方程式より，$m\dfrac{v^2}{r}=G\dfrac{Mm}{r^2}$

これらの式から v を消去して r を求めると，$r=\underline{\dfrac{n^2h^2}{4\pi^2GMm^2}}=r_n$

(2)　$n=1$ のとき，$r_1=\dfrac{h^2}{4\pi^2GMm^2}$

$\therefore\ m=\dfrac{h}{2\pi}\sqrt{\dfrac{1}{GMr_1}}=10^{-34}\times\sqrt{\dfrac{1}{10^{-10}\times10^{42}\times10^{22}}}\ \text{kg}=\underline{10^{-61}\ \text{kg}}$

第2問

Ⅰ (1) ア．$\underline{IBd}$　イ．<u>下</u>　ウ．<u>X</u>　エ．$\underline{V=V_0}$　オ．$\underline{\dfrac{V_0}{Bd}}$

(2) 運動量の変化が力積に等しいので，速さの変化量は，

$$m\Delta s = IBd\Delta t \qquad \therefore \Delta s = \underline{\frac{IBd}{m}\Delta t}$$

また，起電力の変化量は，

$$\Delta V = \Delta(sBd) = Bd\Delta s = \underline{\frac{I(Bd)^2}{m}\Delta t}$$

(3) 求める電気量をQ，設問(1)オの到達速さをs_0とすると，

$$Q = \sum I\Delta t = \frac{m}{Bd}\sum \Delta s = \frac{m}{Bd}s_0 = \underline{\frac{mV_0}{(Bd)^2}}$$

(4) 接点X，Y間の起電力に逆らって電荷を運ぶのに要した仕事Wは，

$$W = \sum sBd\cdot\Delta Q = \sum sBd\cdot I\Delta t = \sum ms\Delta s = \sum \Delta\left(\frac{1}{2}ms^2\right) = \underline{\frac{1}{2}ms_0^2}$$

(5) 導体棒の速さがs_0になったときの運動エネルギーをK，抵抗から発生するジュール熱をJとすると，エネルギー保存則より，

$$K = W = \frac{1}{2}QV_0, \qquad QV_0 = W + J$$

この２式より，

<u>運動エネルギーに$\frac{1}{2}QV_0$，抵抗から発生するジュール熱に$\frac{1}{2}QV_0$</u>

［ただし，Qは設問(3)の答が入る］

Ⅱ　カ．$\underline{\dfrac{1}{2}}$　キ．<u>1</u>　ク．<u>1</u>　ケ．<u>2</u>

Ⅲ　導体棒１，２の速さをそれぞれ s_1，s_2 とすると，回路方程式より，

$$V_0 - s_1Bd - s_2B\cdot 2d = RI \quad \cdots ①$$

導体棒１，２の運動方程式はそれぞれ，

$$m\frac{\Delta s_1}{\Delta t} = IBd, \qquad m\frac{\Delta s_2}{\Delta t} = IB\cdot 2d$$

導体棒１，２の初速度は共に０より，

$$s_2 = 2s_1 \quad \cdots ②$$

十分に時間が経つと①式で$I=0$となるので，これと②式より，

$$s_1 = \underline{\frac{V_0}{5Bd}}, \quad s_2 = \underline{\frac{2V_0}{5Bd}}$$

第3問

Ⅰ　内部エネルギーはU，体積はVに各状態の添え字をつけて表す。

操作①は断熱変化なので，$W_1 = U_B - U_A = \underline{\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2} - 1\right)RT_A}$

操作②は定圧変化なので，$W_2 = \frac{p_A}{a^5}(V_B - V_C) = \underline{\left(\frac{1}{a^2} - \frac{4}{5}\right)RT_A}$

操作③は断熱変化なので，$W_3 = U_D - U_C = \underline{\frac{6}{5}(a^2 - 1)RT_A}$

Ⅱ　(1)　$\Delta U_4 = \underline{\frac{3}{2}R(T_E - T_D)}$

(2)　操作④は定圧変化なので　$W_4 = p_A(V_D - V_E) = \underline{R(T_D - T_E)}$

(3)　容器Y内の気体が受け取る熱量と容器X内の気体が渡す熱量は等しい。Yの気体は定積変化をするので，

$\frac{3}{2}R(T_A - T_E) = \frac{5}{2}R(T_E - T_D)$　　$\therefore T_E = \underline{\frac{3T_A + 5T_D}{8}}$

Ⅲ　(1)　<u>オ</u>

(2)　求める条件は$T_E > T_A$である。Ⅱ(3)の結果より　$\frac{3+4a^2}{8}T_A > T_A$　　$\therefore a > \underline{\frac{\sqrt{5}}{2}}$

(3)　操作①〜④での容器X内の気体の内部エネルギーの変化をΔU_Xとおく。

容器Xと容器Y内の気体全体について熱力学の第一法則を考えれば，$\Delta U_X + \Delta U_Y = W + Q_2$

容器X内の気体と容器Y内の気体はいずれも1モルの単原子分子理想気体なので$\Delta U_X = \Delta U_Y$

$\therefore \Delta U_Y = \underline{\frac{W + Q_2}{2}}$

(4)　操作①〜④を繰り返しても、T_Dの値は同じ。したがって漸近する温度は，$T_F = T_D = \underline{\frac{4}{5}a^2T_A}$