

- 〔I〕(1) 台の中央からの変位を x とすると、各ばねの弾性力の変化が $-kx$ なので、運動方程式は、

$$m\alpha = -2kx \quad \therefore \alpha = -\frac{2k}{m}x$$

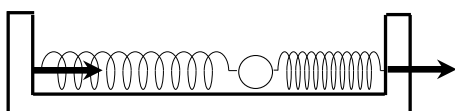
これより単振動の角振動数 ω_0 は、 $\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$ 周期は、 $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \pi\sqrt{\frac{2m}{k}}$

- (2) 小球がつり合いの位置に来たときに台が動き出すので、求める時間は、

$$\frac{T_0}{4} = \frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{2m}{k}}$$

- (3) 振幅は、 l_0 だから、つり合いの位置での速度は、 $v_0 = l_0\omega_0 = l_0\sqrt{\frac{2k}{m}}$

- (4)



静止状態からの弾性力の変化量を図示した。

- (5) 床から見た台の加速度、小球の加速度をそれぞれ α, β とする。運動方程式は、

$$\text{台: } M\alpha = 2kx \quad \therefore \alpha = \frac{2k}{M}x$$

$$\text{小球: } m\beta = -2kx \quad \therefore \beta = -\frac{2k}{m}x$$

よって、台から見た小球の加速度は、 $\beta - \alpha = -\frac{2k}{m}x - \frac{2k}{M}x = -\frac{2k(M+m)}{Mm}x$

- (6) (5) の結果より、台から見た小球の運動は、単振動であり、角振動数は、

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2k(M+m)}{Mm}}$$

- (7) ばねの最大の伸びを A_1 とする。(単振動の振幅に相当する。)

$$v_0 = A_1\omega_1 \text{ より、 } A_1 = \frac{v_0}{\omega_1} = l_0\sqrt{\frac{M}{M+m}} \quad (\text{つり合いの位置からの伸びとして解答した。})$$

- (8) 台に対する小球の速度 u は、 $u = v - V = \underline{v_0 \cos \omega_1 t}$

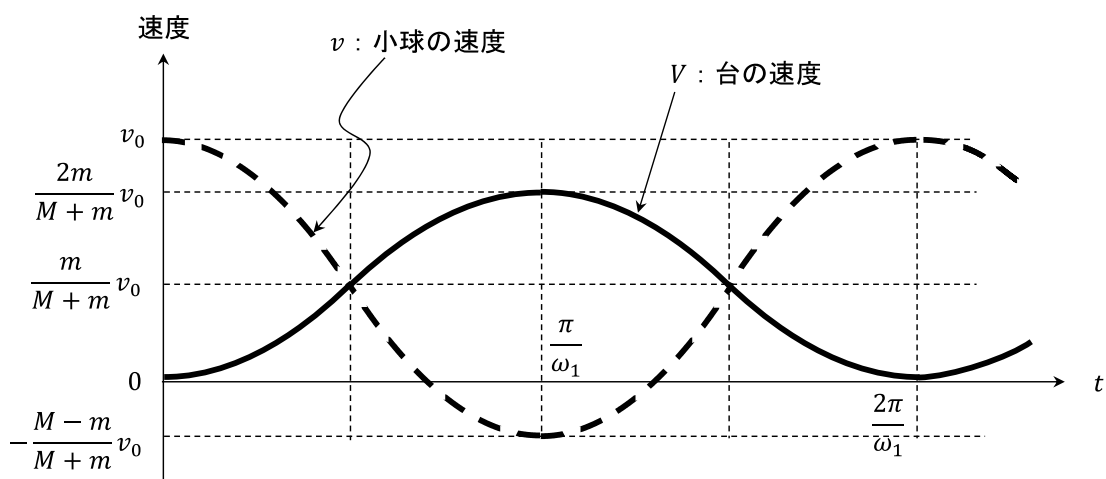
- (9) 台に対する小球の速度 u は、 $u = v - V$

運動量保存則より、 $mv_0 = mv + MV$

$$2 \text{ 式より、} v = \frac{m}{M+m}v_0 + \frac{M}{M+m}u = \frac{m}{M+m}v_0 + \frac{M}{M+m}v_0 \cos \omega_1 t$$

$$V = \frac{m}{M+m}(v_0 - u) = \frac{m}{M+m}v_0(1 - \cos \omega_1 t)$$

(10)



〔Ⅱ〕(1)(ア) 辺 EF に生じる誘導起電力の大きさは、 $v_1 B l_1$ だから、コイルに流れる電流の大きさ I_1 は、

$$I_1 = \frac{v_1 B l_1}{R}$$

(イ) 辺 EF を流れる電流が磁場から受ける力の大きさは、 $I_1 B l_1 = \frac{v_1 B^2 l_1^2}{R}$ 、向きは、 x 軸の負の向きだから、

ら、運動方程式は、
$$m a_1 = -\frac{v_1 B^2 l_1^2}{R}$$

(ウ) $a_1 = \frac{dv_1}{dt}$ 、 $v_1 = \frac{dx_1}{dt}$ だから、(イ) より、 $\frac{dv_1}{dt} = -\frac{B^2 l_1^2}{mR} \cdot \frac{dx_1}{dt}$

$$\therefore \Delta v_1 = -\frac{B^2 l_1^2}{mR} \Delta x_1 \quad \text{求める比例係数は、} \underline{-\frac{B^2 l_1^2}{mR}}$$

(エ) コイルの変位が $\Delta x_1 = l_2$ のとき、速度変化の大きさが v_0 より小さければよいから、

$$v_0 > \underline{\frac{B^2 l_1^2 l_2}{mR}}$$

(2)(ア) 電流の大きさを I_2 とすると、キルヒホッフの法則より、

$$v_2 B l_1 - v_2 \frac{B}{2} l_1 = R I_2 \quad \therefore \quad I_2 = \frac{v_2 B l_1}{2R}$$

(イ) 辺 EF が受ける力の大きさは、 $F_{EF} = I_2 \frac{B}{2} l_1 = \frac{v_2 B^2 l_1^2}{4R}$ x 軸の正の向き

辺 GH が受ける力の大きさは、 $F_{GH} = I_2 B l_1 = \frac{v_2 B^2 l_1^2}{2R}$ x 軸の負の向き

(ウ) 領域ⅡとⅢの境界を通過するときのコイルの運動方程式は、 $m \frac{dv_2}{dt} = -\frac{v_2 B^2 l_1^2}{2R} + \frac{v_2 B^2 l_1^2}{4R}$

時間 Δt の間の変位を Δx_2 とすると、
$$\Delta v_2 = -\frac{B^2 l_1^2}{4mR} \Delta x_2$$

領域ⅠとⅡ、ⅡとⅢの境界を通過するときの速度変化はそれぞれ、 $-\frac{B^2 l_1^2 l_2}{mR}$ 、 $-\frac{B^2 l_1^2 l_2}{4mR}$ であるから、

コイルが領域Ⅲに完全に入ったときの速さは、
$$v_0 - \frac{B^2 l_1^2 l_2}{mR} - \frac{B^2 l_1^2 l_2}{4mR} = v_0 - \underline{\frac{5B^2 l_1^2 l_2}{4mR}}$$

(3) 領域ⅢとⅣの境界を通過するときのコイルの速度を v_3 、電流の大きさを I_3 とすると、

$$\text{キルヒホッフの法則より、} v_3 \frac{B}{2} l_1 = RI_3$$

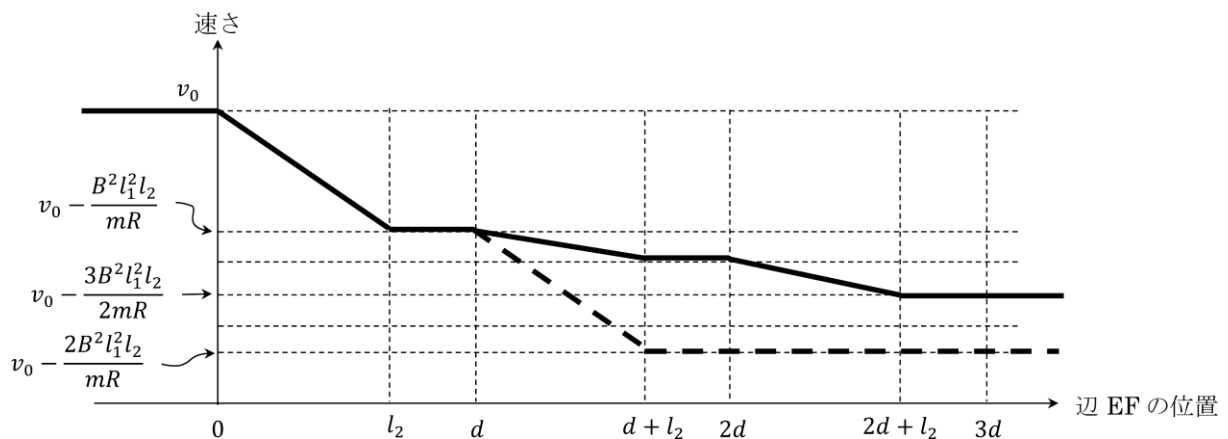
$$\text{コイルの運動方程式は、} m \frac{dv_3}{dt} = -\frac{v_3 B^2 l_1^2}{4R}$$

$$\text{時間} \Delta t \text{ の間の変位を} \Delta x_3 \text{ とすると、} \Delta v_3 = -\frac{B^2 l_1^2}{4mR} \Delta x_3$$

領域ⅢとⅣの境界を通過するときの速度変化は、 $-\frac{B^2 l_1^2 l_2}{4mR}$ であるから、

$$\text{コイルが領域Ⅳに完全に入ったときの速度は、} v_0 - \frac{5B^2 l_1^2 l_2}{4mR} - \frac{B^2 l_1^2 l_2}{4mR} = v_0 - \frac{3B^2 l_1^2 l_2}{2mR}$$

(4)



領域Ⅲの磁束密度が0の場合、領域ⅡとⅢの境界を通過するときの速度変化は、 $-\frac{B^2 l_1^2 l_2}{mR}$ であるから、

$$\text{コイル全体が領域Ⅲに入ったときの速度は、} v_0 - \frac{B^2 l_1^2 l_2}{mR} - \frac{B^2 l_1^2 l_2}{mR} = v_0 - \frac{2B^2 l_1^2 l_2}{mR}$$

このときのグラフは上図破線である。

〔Ⅲ〕ピストンの面積を S とする。また、気体にはたらく重力は無視する。

(1) ピストンが動き始めるとき、気体の圧力と温度を p_1, T_1 とする。

ピストンにはたらく力のつり合いは、 $p_1 S = Mg$

状態方程式は、 $p_1 S b L = n R T_1 \quad \therefore T_1 = \frac{b p_1 S L}{n R} = \frac{b M g L}{n R}$

(2) この過程は定積変化だから、気体に与えた熱量 Q_1 は、

$$Q_1 = \frac{3}{2} n R (T_1 - T_0) = \frac{3}{2} (b M g L - n R T_0)$$

(3) 気体の温度を T_2 とする。

状態方程式は、 $p_1 S (b+c)L = n R T_2 \quad \therefore T_2 = \frac{(b+c)p_1 S L}{n R} = \frac{(b+c)MgL}{nR}$

(4) このときの内部エネルギー U_2 は、 $U_2 = \frac{3}{2} n R T_2 = \frac{3}{2} (b+c)MgL$

(5) この過程は定圧変化だから、気体に与えた熱量 Q_2 は、

$$Q_2 = \frac{5}{2} n R (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} c M g L$$

(6) (ア) 気体全体の内部エネルギーを U_3 とする。

熱力学第一法則より、内部エネルギー変化はピストンの重力による位置エネルギーの減少量に等しいの

で、 $U_3 - U_2 = M g (c - d) L$

$$\therefore U_3 = U_2 + M g (c - d) L = \frac{3}{2} (b+c) M g L + M g (c - d) L = \frac{3b+5c-2d}{2} M g L$$

(イ) 気体の温度を T_3 とすると、 $U_3 = \frac{3}{2} n R T_3$

$$\therefore T_3 = \frac{2U_3}{3nR} = \frac{3b+5c-2d}{3} \cdot \frac{MgL}{nR}$$

(ウ) 部屋Ⅰに移動した物質質量(モル数)を n_1 とする。

部屋Ⅱの気体の状態方程式は、 $p_1 S (b+d)L = (n - n_1) R T_3$

$$\therefore n - n_1 = \frac{(b+d)p_1 S L}{R T_3} = \frac{(b+d)MgL}{R T_3} = \frac{3(b+d)}{3b+5c-2d} n$$

$$\therefore n_1 = n - \frac{3(b+d)}{3b+5c-2d} n = \frac{5(c-d)}{3b+5c-2d} n$$

(7) (ア) 部屋Ⅲの気体の圧力を p_3 、部屋Ⅲに移動した物質質量(モル数)を n_3 とする。また、熱力学第一法則より、内部エネルギー変化はピストンの重力による位置エネルギーの減少量に等しいので、気体の温度は T_3 に等しい。部屋Ⅱの圧力は、力のつり合いより、 $p_3 + \frac{Mg}{S}$ だから、

$$\text{状態方程式は、部屋Ⅱ} \quad (p_3 S + Mg)(b+d)L = (n - n_3)RT_3$$

$$\text{部屋Ⅲ} \quad p_3 S(1-a-b-d)L = n_3 RT_3$$

$$\text{辺々加えて、} \quad Mg(b+d)L + p_3 S(1-a)L = nRT_3$$

$$(6) (イ) \text{の結果を用いると、} \quad Mg(b+d)L + p_3 S(1-a)L = \frac{3b+5c-2d}{3} MgL$$

$$p_3 S = \frac{5(c-d)}{3(1-a)} Mg$$

$$\therefore \frac{p_3}{p_1} = \frac{p_3 S}{Mg} = \frac{5(c-d)}{3(1-a)}$$

$$(イ) \text{部屋Ⅲの状態方程式より、} \quad n_3 = \frac{5(c-d)(1-a-b-d)}{(1-a)(3b+5c-2d)} n$$

いずれの場合も部屋Ⅱの気体の体積・温度は等しい。圧力はピストンの弁を開けた場合の方が大きいので、物質質量(モル数)も大きい。したがって移動した気体は、仕切り板の弁を開けた場合の方が多い。