第１問

Ⅰ(1)　求める台車の速度は $v_1 = \underline{a_1 t_1}$

移動距離は，$v-t$ グラフの面積から，$x_1 = v_1 t_2 = \underline{a_1 t_1 t_2}$

(2)　時刻 $0 \sim t_1 = \dfrac{T}{2}$ では，$y = -\dfrac{ma_1}{k}$ を中心として単振動して，$y = -\dfrac{2ma_1}{k}$ の位置に達する。

時刻 $t_1 = \dfrac{T}{2} \sim t_2 = nT$ では，$y = 0$ を中心として単振動して，$y = \dfrac{2ma_1}{k}$ の位置に達する。

時刻 $t_2 = nT \sim t_1 + t_2 = \dfrac{T}{2} + nT$ では，$y = \dfrac{ma_1}{k}$ を中心として単振動して，$y = 0$ の位置に達する。

したがって，求める物体の y 座標は $y = \underline{0}$，そのときの台車に対する相対速度は $\underline{0}$

(3)　振動の中心が時刻 $0 \sim \dfrac{T}{2}$ では $y = -\dfrac{ma_2}{k}$，時刻 $\dfrac{T}{2} \sim T$ では $y = \dfrac{ma_2}{k}$ となり，

それぞれ単振動の端からもう片方の端へ運動するから，時刻 T に位置 $y = 0$ に来るためには，

時刻 $\dfrac{T}{2}$ での位置は，$y = \dfrac{2ma_2}{k}$ で，時刻 0 での位置は，$y = -\dfrac{4ma_2}{k}$ とならなければならない。

したがって，$y_0 = -\dfrac{4ma_2}{k}$　∴ $a_2 = \underline{-\dfrac{ky_0}{4m}}$　時刻 $\dfrac{T}{2}$ での位置は，$y = \underline{-\dfrac{y_0}{2}}$

Ⅱ(1)　質点に働く力の棒に垂直な成分は，

$f = mg\sin\theta - ma\cos\theta \fallingdotseq \underline{mg\theta - ma}$

(2)　角度の振幅が $\dfrac{\theta_0 - \theta_1}{2}$ であり，振動の中心が $\theta_c = \dfrac{\theta_0 + \theta_1}{2}$ だから，

時刻 t における振り子の傾きを表す角度は，$\theta = \underbrace{\dfrac{\theta_0 - \theta_1}{2}}_{ア} \cos\sqrt{\dfrac{g}{l}}\,t + \underbrace{\dfrac{\theta_0 + \theta_1}{2}}_{イ}$　　ア ②，イ ①

この単振動の角振動数を $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$，質点の変位を $z = l\theta$ と置くと，

質点の軌道接線方向の加速度が $\alpha = -\omega^2(z - l\theta_c) = -g\left(\theta - \dfrac{\theta_0 + \theta_1}{2}\right)$ と書き表されるので，

求める復元力は，$F = m\alpha = \underbrace{-mg}_{ウ}\left(\theta - \underbrace{\dfrac{\theta_0 + \theta_1}{2}}_{イ}\right)$　　ウ ⑩

$F = f$ より，$a = g\left(2\theta - \dfrac{\theta_0 + \theta_1}{2}\right) = g\left\{\underbrace{(\theta_0 - \theta_1)}_{エ} \cos\sqrt{\dfrac{g}{l}}\,t + \underbrace{\dfrac{\theta_0 + \theta_1}{2}}_{オ}\right\}$　　エ ④，オ ①

振動の半周期において，上式の第１項の単振動と同形部分による速度変化が 0 になることを考えると，

時刻 $t = 0$ から $\dfrac{T}{2}$ までの速度変化は，$v_1 = g \cdot \dfrac{\theta_0 + \theta_1}{2} \cdot \dfrac{T}{2} = \underbrace{\dfrac{\pi(\theta_0 + \theta_1)}{2}\sqrt{gl}}_{\mathrm{i}}$

同様に，時刻 $t = \dfrac{T}{2}$ から T までの速度変化は，$v_2 = g \cdot \dfrac{\theta_1 + 0}{2} \cdot \dfrac{T}{2} = \underbrace{\dfrac{\pi\theta_1}{2}\sqrt{gl}}_{\mathrm{ii}}$

$v_1 + v_2 = 0$ より，$\theta_1 = \underbrace{-\dfrac{1}{2}}_{\mathrm{iii}}\theta_0$

第２問

Ⅰ　$R=\dfrac{\rho d}{S}$，$C=\dfrac{\varepsilon S}{d}$

Ⅱ(1)　コンデンサーには電流は流れず，合成抵抗 NR に電圧 V_0 がかかるので，電流の大きさは $\dfrac{V_0}{NR}$

電極Eの電荷は $\dfrac{CV_0}{N}$

(2) コンデンサーに蓄えられていた静電エネルギー $\dfrac{CV_0^2}{2N}$ が，抵抗 R_0 と，NR の抵抗から発生するジュール熱に変化する。コンデンサー１個の電圧を V_C とすると，それぞれの発生ジュール熱の比は，

$\dfrac{(NV_C)^2}{R_0}:N\dfrac{V_C^2}{R}=NR:R_0$ となるので，抵抗 R_0 で発生するジュール熱は，

$$\frac{CV_0^2}{2N}\times\frac{NR}{NR+R_0}=\frac{RCV_0^2}{2(NR+R_0)}$$

上式より，N が増加すると，ジュール熱は減少する。→②

(3) 1組の電極間にかかる電圧は，$\dfrac{V_1}{N}\sin\omega t$ で，抵抗とコンデンサーに流れる電流，i_R，i_C はそれぞれ，

$$i_R=\frac{V_1}{NR}\sin\omega t,\quad i_C=\omega C\frac{V_1}{N}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=\omega C\frac{V_1}{N}\cos\omega t$$

$$\therefore i_R+i_C=\frac{V_1}{N}\left(\frac{\sin\omega t}{R}+\omega C\cos\omega t\right)$$

Ⅲ

ア．$\dfrac{2V_1}{3}\sin\omega t$

イ.ウ．　抵抗 R_2 を流れる電流を $i=A\sin\omega t+B\cos\omega t$ とおくと，LM間の電圧は，

$$R_2(A\sin\omega t+B\cos\omega t)+\frac{1}{\omega C_0}(-A\cos\omega t+B\sin\omega t)=\left(R_2A+\frac{B}{\omega C_0}\right)\sin\omega t+\left(R_2B-\frac{A}{\omega C_0}\right)\cos\omega t$$

これが，ア.の式と恒等的に等しいことより，

$$R_2A+\frac{B}{\omega C_0}=\frac{2V_1}{3},\qquad R_2B-\frac{A}{\omega C_0}=0$$

$C_0=\dfrac{1}{\omega R_2}$ を代入して，A，B を決定する。　　イ.$\dfrac{V_1}{3R_2}$　　ウ.$\dfrac{V_1}{3R_2}$

エ．$\dfrac{V_1}{3}\sin\omega t$

オ．カ．Ⅱ(3)の電圧を $\dfrac{V_1}{3N}\sin\omega t$ として同様の計算より，JL間の電流 i' は，

$$i'=\frac{V_1}{3NR}\sin\omega t+\frac{\omega CV_1}{3N}\cos\omega t$$

キ.ク．　i と i' の２式を比較して，キ.$\dfrac{Nd}{\omega SR_2}$　　ク.$\dfrac{R_2S}{Nd}$

第３問

Ⅰ(1)　入射角，屈折角が微小のときの屈折の法則より，　$\underline{\dfrac{\theta_1}{\theta_2}=\dfrac{n_2}{n_1}}$

(2)　$\theta_1=\underline{\alpha_1+\phi}$　，$\theta_2=\underline{\alpha_2+\phi}$

(3)　$\alpha_1=\underline{\dfrac{h}{x_1}}$　，$\alpha_2=\underline{\dfrac{h}{x_2}}$　，$\phi=\underline{\dfrac{h}{r}}$

(4)　(1)(2)より，$n_1(\alpha_1+\phi)=n_2(\alpha_2+\phi)$

(3)の結果を代入して，$n_1\left(\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{x_1}\right)=n_2\left(\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{x_2}\right)$　(式１)　　ア．$\underline{\dfrac{1}{x_1}}$　，イ．$\underline{\dfrac{1}{x_2}}$

(5)　図３－２(A)の場合　$\theta_1=\phi-\alpha_1$　，$\theta_2=\phi-\alpha_2$　なので，$n_1(\phi-\alpha_1)=n_2(\phi-\alpha_2)$

∴　$\underline{n_1\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{x_1}\right)=n_2\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{x_2}\right)}$　(式２)

図３－２(B)の場合　$\theta_1=\alpha_1-\phi$　，$\theta_2=\alpha_2-\phi$　なので，同様にして，

$\underline{n_1\left(\dfrac{1}{x_1}-\dfrac{1}{r}\right)=n_2\left(\dfrac{1}{x_2}-\dfrac{1}{r}\right)}$　(式３)

Ⅱ(1)　求める距離をLとすると，(式１)で$r\to\infty$とし，　$x_1=L_1$，$x_2=L-L_2$であるから，

$n_1\left(0+\dfrac{1}{L_1}\right)=n_2\left(0+\dfrac{1}{L-L_2}\right)$　　　∴　$\underline{L=\dfrac{n_2}{n_1}L_1+L_2}$

(2)　透明板中の観測者から見たみかけの光源の、屈折率n_1の媒質との境界からの距離をL_1'とすると，

$L_1'=\dfrac{n_f}{n_1}L_1$

透明板と屈折率n_2の媒質との境界からのみかけの距離は$L_1'+d$となる。屈折率n_2の媒質中の観測者から透明板との境界までの距離はL_2-d，題意より$L=L_1+L_2$なので(式１)より，

$n_f\left(0+\dfrac{1}{L_1'+d}\right)=n_2\left(0+\dfrac{1}{L_1+d}\right)$　　　$L_1'=\dfrac{n_f}{n_1}L_1$　を代入して整理すると，

$\underline{d=\dfrac{n_f(n_1-n_2)}{n_1(n_2-n_f)}L_1}$　　$d>0$であることから　$\underline{n_f>n_2>n_1}$または$\underline{n_f<n_2<n_1}$

(3)　題意より$x_1=L_1=1$ m，$x_2=L-L_2=2$ m，

(式１)に代入すると　　$1.5\times\left(\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{1}\right)=1\times\left(\dfrac{1}{r}+\dfrac{1}{2}\right)$　これは$r<0$となり不適　　図３−5(A)ではない。

(式２)に代入すると　　$1.5\times\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{1}\right)=1\times\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{2}\right)$

(式３)に代入すると　　$1.5\times\left(\dfrac{1}{1}-\dfrac{1}{r}\right)=1\times\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{r}\right)$

いずれにしても$r=0.5$mとなるが，$r<L_1=1$ mなので(式２)の場合が当てはまり，図３−5(B)である。

<u>(B)</u>　$r=\underline{0.5\text{m}}$

(4)　焦点距離をf [m]とおくとレンズの式より，

$\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{-3}=\dfrac{1}{f}$　　　∴　$f=-12$　　　よって<u>焦点距離 12mの凹レンズ</u>である。