第１問

求める定積分を I とおく．被積分関数を展開すると，

$$x^2+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}+\frac{x^3}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}+\frac{x^2}{(1+x^2)^2}$$

であるから，

$$I_1=\int_0^1 x^2\ dx,\qquad I_2=\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\ dx,$$

$$I_3=\int_0^1 \frac{x^3}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}}\ dx,\qquad I_4=\int_0^1 \frac{x^2}{(1+x^2)^2}\ dx$$

とおく．このとき，

$$I_1=\int_0^1 x^2\ dx=\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1=\frac{1}{3},$$

$$I_2=\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\ dx=\left[\sqrt{1+x^2}\right]_0^1=\sqrt{2}-1$$

である．

次に，I_3 について，$1+x^2=t$ と置換すると，
$2x=\dfrac{dt}{dx}$ および $x:0\to 1$ で $t:1\to 2$ より，

$$I_3=\int_1^2 \frac{t-1}{t\sqrt{t}}\cdot\frac{1}{2}\ dt=\frac{1}{2}\int_1^2\left(t^{-\frac{1}{2}}-t^{-\frac{3}{2}}\right)\ dt$$

$$=\left[\sqrt{t}+\frac{1}{\sqrt{t}}\right]_1^2=\frac{3}{2}\sqrt{2}-2$$

を得る．

最後に，I_4 について，$x=\tan\theta\ \left(-\dfrac{\theta}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ と置換すると，
$\dfrac{dx}{d\theta}=1+\tan^2\theta$ および $x:0\to 1$ で $\theta:0\to\dfrac{\pi}{4}$ より，

$$I_4=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan^2\theta}{(1+\tan^2\theta)^2}\ (1+\tan^2\theta)\ d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}\ d\theta$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2\theta\ d\theta=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1-\cos 2\theta}{2}\ d\theta$$

$$=\frac{1}{2}\left[\theta-\frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}$$

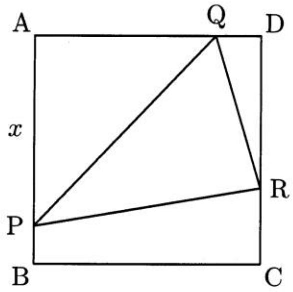
を得る．

以上と，$I=I_1+I_2+I_3+I_4$ より，

$$I=\frac{\pi}{8}+\frac{5}{2}\sqrt{2}-\frac{35}{12}.$$

…（答）

第２問



$AP = x\ (0 \leqq x \leqq 1)$ とおく．三角形 APQ の面積が $\frac{1}{3}$ であることより，

$$\frac{1}{2}x\mathrm{AQ} = \frac{1}{3}\ \text{すなわち,}\ \mathrm{AQ} = \frac{2}{3x}.$$

ここで，Q は辺 AD 上の点であるから，

$$0 \leqq \frac{2}{3x} \leqq 1\ \text{すなわち,}\ \frac{2}{3} \leqq x \leqq 1. \quad \cdots ①$$

また，四角形 APRQ の面積が $\frac{2}{3}$ であることより，

$$(\text{三角形 APR の面積}) + (\text{三角形 AQR の面積}) = \frac{2}{3}.$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3x}\cdot\mathrm{DR} = \frac{2}{3}.$$

DR について解くと，

$$\mathrm{DR} = -\frac{3}{2}x^2 + 2x.$$

R は辺 CD 上の点であるから，$0 \leqq \mathrm{DR} \leqq 1$ であり，これを解くと，$0 \leqq x \leqq \frac{4}{3}$ となるが，これは①のとき満たされる．

ここで，

$$\frac{\mathrm{DR}}{\mathrm{AQ}} = -\frac{9}{4}x^3 + 3x^2$$

であり，これを $f(x)$ とおくと，

$$f'(x) = -\frac{27}{4}x^2 + 6x = -\frac{27}{4}x\left(x - \frac{8}{9}\right).$$

よって，①での $f(x)$ の増減は次のとおり．

x	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	$\frac{8}{9}$	$\cdots$	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$\frac{2}{3}$	$\nearrow$	$\frac{64}{81}$	$\searrow$	$\frac{3}{4}$

以上より，

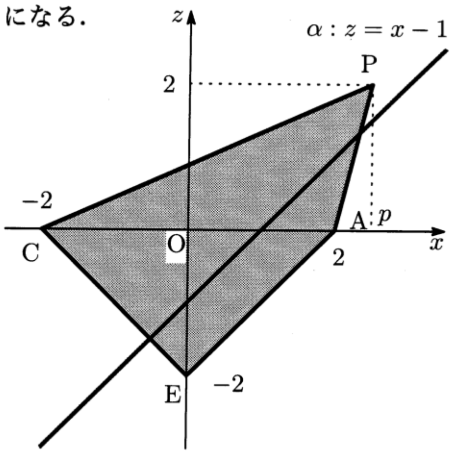
$$\text{最大値}：\frac{64}{81}，\ \text{最小値}：\frac{2}{3}. \quad \cdots(\text{答})$$

第３問

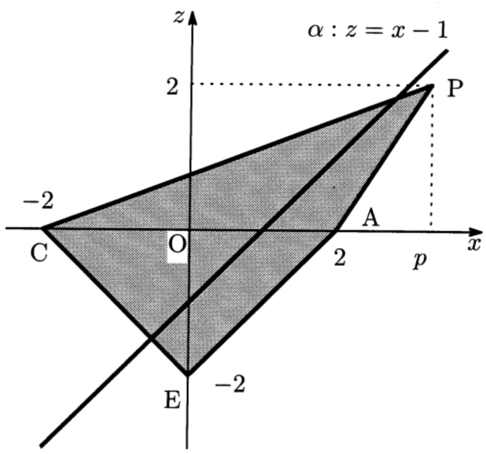
（１）八面体 PABCDE の平面 $y=0$ による切り口は，三角形 PAC と三角形 ACE である．

また，平面 α は，M(1, 1, 0) と N(1, −1, 0) を通り，直線 AE に平行なので，平面 α の平面 $y=0$ による切り口は，MNの中点 L (1, 0, 0) を通り直線 AE に平行な直線，つまり $z=x-1$ になる．

よって，線分 PC と直線 $z=x-1$ とが交点をもつ場合ともたない場合に分けて図示すると次のようになる．



(i) $2<p<3$ の場合



(ii) $3 \leqq p<4$ の場合

…(答)

（２）八面体 PABCDE の平面 α による切り口は多角形になり，その頂点は，八面体の辺と α との交点である．

(i) $2<p<3$ の場合は，八面体の辺のうち α と交点をもつのは，AB, AD, BE, CE, DE, PAの6本のみなので，切り口は八角形にはなり得ない．よって不適．

(ii) $3 \leq p<4$ の場合は，八面体の辺のうち α と交点をもつのは，AB, AD, BE, CE, DE, PB, PC, PD. ただし，$p=3$ の場合は，α がPを通るので，α とPB, PC, PD の交点は１点Pになり，切り口は八角形にはなり得ない．

$3<p<4$ の場合は，AB, AD, BE, CE, DE, PB, PC, PDと α の交点は相異なるので，切り口は八角形になる．

したがって，求める p の範囲は，

$$3<p<4. \qquad \cdots（答）$$

（３）平面 α と辺PC, PBとの交点QとRを求める．

平面 α は，xz 平面と垂直で，xz 平面での切り口が直線 $z=x-1$ になるので，$z=x-1$ が平面 α の方程式になる．

直線PC上の点Qは，

$$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OC}+t\overrightarrow{CP}=(-2,0,0)+t(p+2,\ 0,\ 2)=(-2+t(p+2),\ 0,\ 2t)$$

と表されるので，α: $z=x-1$ と連立すると，

$$2t=-2+t(p+2)-1 \text{ より}, \ t=\frac{3}{p}.$$

第３問（つづき）

よって，PCとαとの交点Qの座標は

$$\mathrm{Q}\left(1+\frac{6}{p},\ 0,\ \frac{6}{p}\right).$$

直線PB上の点Rは，

$$\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+s\overrightarrow{\mathrm{BP}}=(0,\ 2,\ 0)+s(p,\ -2,\ 2)=(sp,\ 2-2s,\ 2s)$$

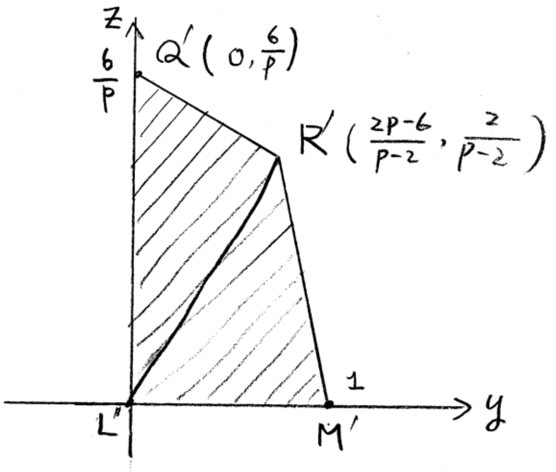
と表されるので，$\alpha: z=x-1$ と連立すると，

$2s=sp-1$ より，$s=\dfrac{1}{p-2}$.

よって，PBとαとの交点Rの座標は

$$\mathrm{R}\left(\frac{p}{p-2},\ \frac{2p-6}{p-2},\ \frac{2}{p-2}\right).$$

八面体の平面αによる切り口のうち，$y\geqq 0,\ z\geqq 0$ の部分は，四角形 QRML になる（L は線分 MN の中点）．これらの４点を yz 平面に正射影した点をそれぞれQ', R', M', L'とすると、yz 平面上で点 $(y,\ z)$ が動く範囲は図の斜線部となる。



この領域の面積を，２つの三角形 L'M'R' と L'R'Q' の和として求めると，

$$\frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{2}{p-2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{6}{p}\cdot\frac{2p-6}{p-2}=\frac{7p-18}{p(p-2)}.\qquad\cdots\text{（答）}$$

第４問

(1) 整数 a, b の最大公約数を $\gcd(a,b)$ とかく．

$5n^2+9=(n^2+1)\cdot 5+4$ であるから，互除法により

$$d_n=\gcd(5n^2+9,\ n^2+1)=\gcd(n^2+1,\ 4).$$

m を整数として

$$\begin{cases} n=2m \text{ なら } n^2+1=4m^2+1. \\ \qquad\qquad\text{これは素因数 } 2 \text{ をもたない．} \\ n=2m-1 \text{ なら } n^2+1=2\{2m(m-1)+1\}. \\ \qquad\qquad\text{これは素因数 } 2 \text{ をちょうど1つもつ．} \end{cases}$$

以上から

$$d_n=\begin{cases} 1 & (n \text{ が偶数のとき}), \\ 2 & (n \text{ が奇数のとき}). \end{cases} \quad \cdots(答)$$

(2) 一般に，次の事実が成り立つことに注意する．

「互いに素な正の整数 x, y について，

積 xy が平方数 $\Longrightarrow$ x, y はともに平方数．」

（素因数分解の一意性による）

<u>n が偶数のとき</u>　(1) により，n^2+1 と $5n^2+9$ は互いに素である．そこで <u>もしも</u> 積 $(n^2+1)(5n^2+9)$ が平方数なら，n^2+1 と $5n^2+9$ は各々平方数．

しかし n^2+1 は非平方数である．実際，

$$\begin{cases} \text{(ア) 平方数を小さい順に並べた列} \\ \qquad 1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ \cdots,\ n^2,\ (n+1)^2,\ \cdots \\ \text{(イ) 不等式 } n^2<n^2+1<(n+1)^2 \quad \leftarrow (n\neq 0 \text{ なので}) \end{cases}$$

第4問 (つづき1)

に注目すれば，n^2+1 は平方数でないことがわかる．
これで矛盾が導けた．

<u>n が奇数のとき</u> $(n^2+1)(5n^2+9)$ が平方数であると仮定して矛盾を導く．

$d_n = 2$ であったから

$$\begin{cases} n^2+1 = 2A \\ 5n^2+9 = 2B \end{cases} \quad (A,\ B \text{ は正の整数})$$

とおくことができる．

そこで<u>もしも</u> $(n^2+1)(5n^2+9)\ (=2^2AB)$ が平方数なら，AB も平方数であり，したがって A と B は各々平方数である．よって

$$(*)\quad \begin{cases} n^2+1 = 2A = 2M^2 \\ 5n^2+9 = 2B = 2N^2 \end{cases} \quad (M,\ N \text{ は整数})$$

とおける．各辺の差をとって

$$4n^2+8 = 2(N^2-M^2).$$

$$\therefore\ 2(n^2+2) = (N-M)(N+M).$$

$$\begin{cases} (\text{左辺}) = 2(n^2+2) = 2\{\underbrace{(\text{奇数})^2+2}_{\text{ここも奇数}}\} \equiv 2 \pmod 4, \\ (\text{右辺}) = \underbrace{(N-M)(N+M)}_{\text{偶奇が一致}} = (4\text{の倍数}) \text{ or } (\text{奇数}) \\ \qquad\qquad \equiv 0 \text{ or } \pm 1 \pmod 4. \end{cases}$$

両辺が一致せず矛盾である．

第 4 問（つづき 2）

参考： n が奇数の場合，前ページの $(*)$ の等式 $5n^2+9=2N^2$ から，次のようにして矛盾を導くこともできる．

(a) $5n^2+9=2N^2$ より $2N^2 \equiv 4 \pmod 5$ が成り立つ．一方 $N \equiv 0, 1, 2, 3, 4 \pmod 5$ に対して $2N^2 \equiv 0, 2, 3, 3, 2 \pmod 5$ であるから，これは矛盾である．

(b) n が奇数であることから，$n \equiv 1, 3, 5, 7 \pmod 8$ のいずれかが成り立つ．どの場合にも $n^2 \equiv 1 \pmod 8$ であることから，$2N^2 \equiv 6 \pmod 8$ が成り立つ．N が偶数ならば $2N^2$ は 8 の倍数となるので矛盾であり，N が奇数ならば $2N^2 \equiv 2 \pmod 8$ となるので矛盾である．

第５問

(1)

(i)　$|x| > 1$ のとき.

$|x^{2n-1}| > 1$ かつ $|\cos x| \leqq 1$ より

$$x^{2n-1} = \cos x \qquad \cdots ①$$

は解なし.

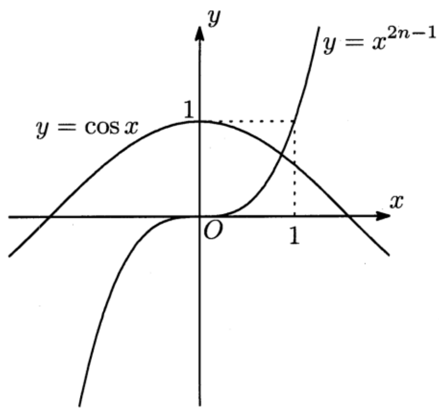
(ii)　$-1 \leqq x < 0$ のとき.

$x^{2n-1} < 0$ である. 一方, $-1 > -\frac{\pi}{2}$ より $\cos x > 0$ であるから, ① は解なし.

(iii)　$0 \leqq x \leqq 1$ のとき.

$f(x) = x^{2n-1} - \cos x$ は連続関数である.

$f(0) = -1 < 0$ かつ $f(1) = 1 - \cos 1 > 0$ であるから, 中間値の定理より $f(x) = 0$ は $0 < x < 1$ の範囲に少なくとも一つの解を持つ.



x^{2n-1} は単調増加であり $-\cos x$ も単調増加であるから, $f(x)$ も単調増加.

よって, $f(x) = 0$ の解はただ一つである.　**(証明終り)**

参考　1 ラジアンは $\frac{180}{\pi} = 57.29\cdots$ 度であり, $\cos 1 = 0.5403\cdots$ となる.

(2)　(1) の解答 (iii) より $0 < a_n < 1$. $\cos x$ はこの範囲で単調減少であるから,

$$\cos 0 > \cos a_n > \cos 1. \qquad \cdots ②$$

(証明終り)

(3)　a_n は ① の解であるから,

$$\cos a_n = {a_n}^{2n-1}. \qquad \cdots ③$$

② より

$$1 \geqq \cos a_n \geqq \cos 1 \iff 1 \geqq {a_n}^{2n-1} \geqq \cos 1.$$

両辺を $\frac{1}{2n-1}$ 乗すると, $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{2n-1} = 0$ であるから,

$$1 \geqq a_n \geqq (\cos 1)^{\frac{1}{2n-1}} \to (\cos 1)^0 = 1 \quad (n \to \infty).$$

挟み撃ち論法により

$$a = \lim_{n\to\infty} a_n = 1. \qquad \cdots \textbf{(答)}$$

③ の両辺に a_n をかけて, 平方根をとると,

$${a_n}^n = \sqrt{a_n \cos a_n} \to \sqrt{1 \cos 1} \quad (n \to \infty).$$

よって,

$$b = \lim_{n\to\infty} {a_n}^n = \sqrt{\cos 1}. \qquad \cdots \textbf{(答)}$$

$g(x) = \sqrt{x \cos x}$ とおくと,

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x\cos x}} \cdot (\cos x - x \sin x)$$

より

$$g'(1) = \frac{\cos 1 - \sin 1}{2\sqrt{\cos 1}}.$$

$x = 1$ における微分係数の定義式より,

$$c = \lim_{n\to\infty} \frac{g(a_n) - g(1)}{a_n - 1} = g'(1) = \frac{\cos 1 - \sin 1}{2\sqrt{\cos 1}}. \qquad \cdots \textbf{(答)}$$

補足　**(3)** の c の導出は, 平均値の定理を用いてもできる.

第６問

(1) (条件 2) の 4 次方程式は実数係数であるから，z が解ならば，共役複素数 $\overline{z}$ も解である。よって，(条件 1) と合わせると，4 つの解 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ について，次の 3 つのいずれかになる。

(A) 4 つとも実数解

(B) 4 つとも虚数解で，2 つずつ互いに共役な虚数である。

(C) 2 つは実数解で，残りの 2 つが互いに共役な虚数解である。

$w = \alpha\beta + \gamma\delta$ とおく。

(A) のときは，w は実数であり，$\mathrm{Im}(w) = 0$ となるから，(条件 3) に反する。

(B) のときは，$\overline{\alpha}$ は，β, γ, δ のいずれかに等しい。$\overline{\alpha} = \beta$ のときは，$\overline{\gamma} = \delta$ となるから，$w = \alpha\overline{\alpha} + \gamma\overline{\gamma} = |\alpha|^2 + |\gamma|^2$ は実数となり，虚部が 0 でないという (条件 3) に反する。$\overline{\alpha} = \gamma$ のときは，$\overline{\beta} = \delta$ となるから，$w = \alpha\beta + \overline{\alpha}\overline{\beta} = 2\,\mathrm{Re}(\alpha\beta)$ となって，やはり w が実数になり (条件 3) に反する。$\overline{\alpha} = \delta$ のときも $\overline{\beta} = \gamma$ となるから，$w = \alpha\beta + \overline{\beta}\overline{\alpha} = 2\,\mathrm{Re}(\alpha\beta) = $ (実数) となって，(条件 3) に反する。

以上から，可能性があるのは，(C) のみである。これで示された。　(証明終り)

(2) 2 つの実数解を $t, u\ (t \neq u)$ とし，互いに共役な複素数解を $\lambda = p + qi$ と $\overline{\lambda} = p - qi$ (p, q は実数で，$q \neq 0$) とする。これらを $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ に割り振るのだが，q を $-q$ にすれば λ と $\overline{\lambda}$ は入れ替わるだけなので，この両者を入れ替えたものは区別しないでよい。また，実数解 t, u を入れ替えたものも文字の名前を取り替えるだけでよいので，区別しないでよい。このことに注意すると，w としては，

$$w = tu + \lambda\overline{\lambda} = tu + (p^2 + q^2)$$
$$w = t\lambda + u\overline{\lambda} = (t+u)p + (t-u)qi$$

の 2 通りがある。

1 番目の w は実数になるから，(条件 3) を満たさない。

また，2 番目については，(条件 3) を満たす条件は，$t + u = 0$ または $p = 0$ である。

よって，可能性があるのは，次の 2 通り。

(I) $\{\alpha, \beta\} = \{t, \lambda\}$,　$\{\gamma, \delta\} = \{-t, \overline{\lambda}\}$　$(t \neq 0)$

(II) $\{\alpha, \beta\} = \{t, qi\}$,　$\{\gamma, \delta\} = \{u, -qi\}$　$(t \neq u,\ q \neq 0)$

(I) の場合，

$$z^4 - 2z^3 - 2az + b = (z-t)(z+t)(z-(p+qi))(z-(p-qi))$$

と因数分解される。展開すると，

$$z^4 - 2z^3 - 2az + b = (z^2 - t^2)\left(z^2 - 2pz + (p^2+q^2)\right)$$
$$z^4 - 2z^3 - 2az + b = z^4 - 2pz^3 + (p^2 + q^2 - t^2)z^2 + 2pt^2 z - (p^2+q^2)t^2$$

両辺の係数を比べると，

$$-2 = -2p,\quad 0 = p^2 + q^2 - t^2,\quad -2a = 2pt^2,\quad b = -(p^2+q^2)t^2$$

t をパラメーターとして残りの変数を表すと，

$$p = 1,\quad q = \pm\sqrt{t^2 - 1},\quad a = -t^2,\quad b = -t^4\quad (|t| > 1)$$

第６問（つづき１）

従って，$b=-a^2$　$(a<-1)$ である。

(II) のとき，

$$z^4-2z^3-2az+b=(z-t)(z-u)(z-qi)(z+qi)$$
$$z^4-2z^3-2az+b=\left(z^2-(t+u)z+tu\right)(z^2+q^2)$$
$$z^4-2z^3-2az+b=z^4-(t+u)z^3+(tu+q^2)z^2-(t+u)q^2z+tuq^2$$

両辺の係数を比べると，

$$-2=-(t+u),\quad 0=tu+q^2,\quad -2a=-(t+u)q^2,\quad b=tuq^2$$

となるから，q をパラメーターとして残りの変数を表すと，

$$t=1\pm\sqrt{1+q^2},\quad u=1\mp\sqrt{1+q^2},\quad a=q^2,\quad b=-q^4\quad (q\neq 0)$$

となる (複号同順)。従って，$b=-a^2$　$(a>0)$ である。

以上から，(I), (II) のいずれの場合も，$b=-a^2$　$\cdots\cdots$ (答) となる。

(3)　(2) の 2 つの場合分け (I), (II) を考える。

(I) の場合。α,β を入れ替えても $\alpha+\beta$ の値は変わらないから，

$$\alpha=t,\quad \beta=1\pm i\sqrt{t^2-1}\quad (t<-1,\ t>1)$$

としてよい。

$$\alpha+\beta=t+1\pm i\sqrt{t^2-1}\quad (t<-1,\ t>1)$$

であるから，$\alpha+\beta=X+Yi$ (X, Y は実数) とおけば，

$$X=t+1,\quad Y=\pm\sqrt{t^2-1}\quad (t<-1,\ t>1)$$

t を消去すれば，

$$(X-1)^2-Y^2=1\quad (X<0,\ X>2)$$

となる。

(II) の場合。$\alpha=1\pm\sqrt{1+q^2}$, $\beta=qi$ $(q\neq 0)$ としてよいから，

$$\alpha+\beta=1\pm\sqrt{1+q^2}+qi\quad (q\neq 0)$$

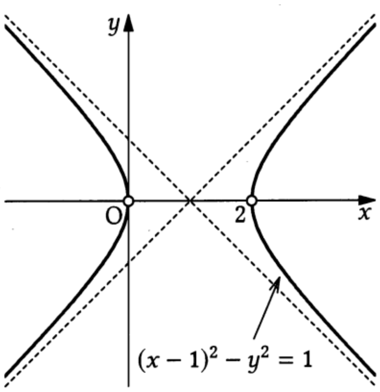
$\alpha+\beta=X+Yi$ (X, Y は実数) とおけば，

$$X=1\pm\sqrt{1+q^2},\quad Y=q\quad (q\neq 0)$$

q を消去すれば，

$$(X-1)^2-Y^2=1\quad (Y\neq 0)$$

となる。



(I), (II) いずれの場合も，同じ曲線，つまり，

双曲線 $(x-1)^2-y^2=1$ から 2 点 $(0,0)$, $(2,0)$ を除いたもの　$\cdots\cdots$ (答)

になる。

第６問（つづき２）

以下、[解答](2)の(I),(II)の場合分け以降および(3)の別解を与える.

[別解]

(2)の(I), (II)に続けて.

$$f(z)=z^4-2z^3-2az+b \text{ とおく.}$$

・(I)の場合.

$f(t)=f(-t)=0$ より、

$0=(f(t)+f(-t))\times\frac{1}{2}=t^4+b$

$0=(-f(t)+f(-t))\times\frac{1}{4}=t^3+at$

$t\neq 0$ より、$(a,b)=(-t^2,-t^4)$ となるので、$b=-a^2$.

・(II)の場合.

$0=f(qi)=q^4+2q^3i-2aqi+b$

$\quad=(q^4+b)+2q(q^2-a)i$

$q\neq 0$ より、$(a,b)=(q^2,-q^4)$ となるので、$b=-a^2$.

以上から、(I),(II)のいずれの場合も、$b=-a^2$ となる.

(注) ここまでは、必要条件の議論である.十分性は以下の(3)の解答内で確認する.

(3)

(2)の結果から、$f(z)=z^4-2z^3-2az-a^2=(z^2+a)(z^2-2z-a)$ となる.

第６問（つづき３）

２次方程式 $z^2+a=0$，$z^2-2z-a=0$ の判別式をそれぞれ D, D' とおく。

(1)より，$f(z)=0$ の実数解は丁度２つで，その２つは異なるので，
$DD'<0$ となる。
$D/4=-a$，$D'/4=1+a$ より，$-a(1+a)<0$
よって，$a>0$ または $a<-1$
$\alpha+\beta=x+yi$ とおく（x, y は実数）。

$\boxed{1}$ $a>0$ のとき，
$f(z)=0$ の解は $\pm\sqrt{a}\,i$，$1\pm\sqrt{a+1}$ であり，この４数は相異なる。
$\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は上の４数を並べかえたものだから，[解答](2)の(I)は
不成立である。よって，(2)の(II)が成立する。

逆に，(2)の(II)が成立する場合は，

$$\alpha\beta+\gamma\delta=\sqrt{a}\,i\cdot(1\pm\sqrt{a+1})+(-\sqrt{a}\,i)\cdot(1\mp\sqrt{a+1})$$

$$=\pm2\sqrt{a(a+1)}\,i\neq0$$ （複号同順）となるので条件１～３が成立。

よって，$\alpha+\beta=(1\pm\sqrt{a+1})\pm\sqrt{a}\,i$（複号任意）である。
$x=1\pm\sqrt{a+1}$，$y=\pm\sqrt{a}$ $(a>0)$ となるので，
$a=y^2=(x-1)^2-1$，$a>0$ より，$y^2=(x-1)^2-1$ $(y\neq0 \Leftrightarrow x\neq0, 2)$

第６問（つづき 4）

$\boxed{2}$ $a<-1$ のとき、

$f(z)=0$ の解は $\pm\sqrt{-a}$, $1\pm\sqrt{-a-1}\,i$ である

$\boxed{1}$ と同様の方法で、$\alpha+\beta=(1\pm\sqrt{-a})\pm\sqrt{-a-1}\,i$ （複号任意）が分かる.

$x=1\pm\sqrt{-a}$, $y=\sqrt{-a-1}$ となるので、

$-a-1=y^2=(x-1)^2-1$. $a<-1$ より, $y^2=(x-1)^2-1$ ($y\neq0 \Leftrightarrow x\neq0,2$)

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$ より、求める図は、[解答] (3) と一致する.