

第 1 問

問 1

求める速さを v , カプセルの質量を m_0 とすると.

$$m_0 \frac{v^2}{r} = G \frac{M m_0}{r^2} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\text{周期: } \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{GM}} \quad \text{角速度: } \frac{v}{r} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

問 2

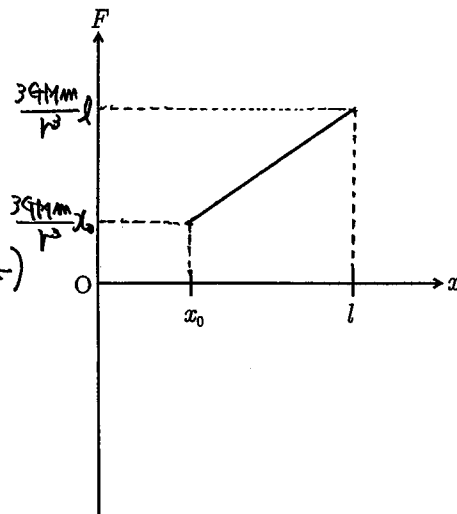
$$\begin{aligned} -G \frac{Mm}{(r+x)^2} &= -\frac{GMm}{r^2} \left(1 + \frac{x}{r}\right)^{-2} \\ &\approx -\frac{GMm}{r^2} \left(1 - 2\frac{x}{r}\right) \end{aligned}$$

問 3

x における遠心力は

$$\begin{aligned} m(r+x) \left(\frac{1}{r} \sqrt{\frac{GM}{r}}\right)^2 \\ = \frac{GMm}{r^2} \left(1 + \frac{x}{r}\right) \quad \text{だから} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= -\frac{GMm}{r^2} \left(1 - 2\frac{x}{r}\right) + \frac{GMm}{r^2} \left(1 + \frac{x}{r}\right) \\ &= \frac{3GMm}{r^3} x \end{aligned}$$



問 4

問 3 のグラフの面積より, $\frac{3GMm}{2r^3} (l^2 - x_0^2)$

問 5

求める値を U とし

$$\frac{1}{2} m u^2 = \frac{3GMm}{2r^3} (l^2 - x_0^2) \quad \text{より} \quad u = \sqrt{\frac{3GM}{r^3} (l^2 - x_0^2)}$$

第 2 問

問1

$$\pi r^2 \cdot \frac{\omega \times l}{2\pi} = \frac{1}{2} r^2 \omega$$

問2

単位時間あたりには横切る磁束は誘導起電力の大きさに等しいので、

$$B \cdot \frac{1}{2} r^2 \omega = \frac{1}{2} B r^2 \omega \quad P_1 \text{の方が高い}$$

問3

O, P₁に流れる電流: $I = \frac{\frac{1}{2} B r^2 \omega}{R} = \frac{B r^2 \omega}{2R}$ が磁場から受ける

力の大きさは $I B r = \frac{B^2 r^3 \omega}{2R}$ だから力のつり合いより

$$\text{外力の大きさは } \frac{B^2 r^3 \omega}{2R}$$

問4

d

理由: 電流が P₂から O₂の向きに流れるから。

問5

求める電流の大きさを i' とすると

$$\text{キルヒホッフの法則: } \frac{1}{2} B r^2 \omega - \frac{1}{2} \frac{B}{2} r^2 \omega' = R i' \text{ より}$$

$$i' = \frac{B r^2 (2\omega - \omega')}{4R}$$

問6

$$i' = 0 \text{ より } \omega_2 = \underline{2\omega}$$

$$\text{消費電力: } \underline{0}$$

第 3 問

問1

失われた質量より $(M_0 - M_1 - m)c^2$

問2

Yの速さをV, α粒子の速さをvとして

$$\begin{cases} \text{運動量保存則: } 0 = M_1 V - m v \\ \text{エネルギー保存則: } (M_0 - M_1 - m)c^2 = \frac{1}{2} M_1 V^2 + \frac{1}{2} m v^2 \end{cases}$$

$$\text{したがって } \frac{1}{2} m v^2 = \frac{M_1 (M_0 - M_1 - m)c^2}{M_1 + m}$$

問3

エネルギー保存則: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{79e \cdot 2e}{r}$ より

$$r = \frac{158 k_0 e^2}{K}$$

問4

$4m = 235 - 223$ より $m = \underline{3}$

$2m - k = 92 - 88$ より $k = \underline{2}$

問5

4.5×10^9 年前の ${}^{235}_{92}\text{U}$ と ${}^{238}_{92}\text{U}$ の原子核数をそれぞれ N_1, N_2 と12

$$N_1 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4.5 \times 10^9}{7.5 \times 10^8}} : N_2 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{4.5 \times 10^9}{4.5 \times 10^9}} = 1 : 140 \text{ より}$$

$$N_1 : N_2 = \underline{8 : 35}$$

問6

$$\frac{(1.1 \times 10^{-7}) \times (6.0 \times 10^{23})}{235 \times 10^{-3}} \times (2.0 \times 10^8) \times (1.6 \times 10^{-19})$$

$$= 8.98 \dots \times 10^6 \cong \underline{9.0 \times 10^6 \text{ [J]}}$$