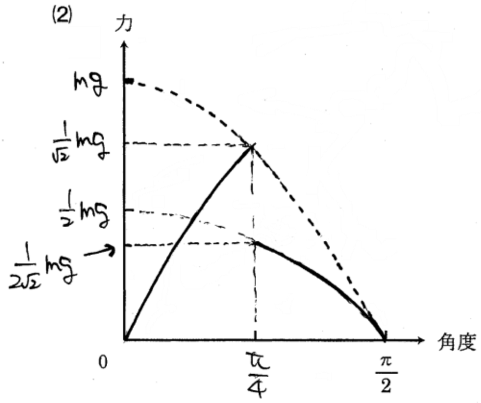
1 問 1 (1) $\theta=\theta_c$での斜面方向のつり合いより、

$$mg\sin\theta_c = 1\times mg\cos\theta_c$$

$$\tan\theta_c = 1$$

$\theta_c = \dfrac{\pi}{4}$

(2)



(2)の式

$$R = mg\cos\theta$$

$$F = \begin{cases} mg\sin\theta & (0<\theta\leqq\frac{\pi}{4}) \\ \frac{1}{2}mg\cos\theta & (\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

問 2

(1)

$v_x = v_0\cos\alpha$　　$v_y = v_0\sin\alpha - gt$

(2)

$x = v_0 t\cos\alpha$　　$y = v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2$

(3)

$\tan\beta = -\dfrac{y}{x}$

(4) $y=-x\tan\beta$ に(2)の結果を代入する。

$$v_0 t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 = -v_0 t\cos\alpha\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

$t\neq0$より、$t = \dfrac{2v_0\sin(\alpha+\beta)}{g\cos\beta}$

$\overline{OP} = \dfrac{x}{\cos\beta} = \dfrac{v_0 t\cos\alpha}{\cos\beta}$ 上記のtを代入する。

$\overline{OP} = \dfrac{2v_0^2\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)}{g\cos^2\beta}$

(5) $\overline{OP}$の分子

$$= 2v_0^2\frac{1}{2}(\sin(2\alpha+\beta)+\sin\beta)$$

$\overline{OP}$が最大となるのは、$\beta<2\alpha+\beta<\pi+\beta$より、

$$2\alpha+\beta = \frac{\pi}{2}$$

$$\overline{OP}_{(max)} = \frac{v_0^2(1+\sin\beta)}{g\cos^2\beta}$$

$$= \frac{v_0^2(1+\sin\beta)}{g(1-\sin^2\beta)}$$

$\alpha = \dfrac{\pi}{4} - \dfrac{\beta}{2}$

$\overline{OP} = \dfrac{v_0^2}{g(1-\sin\beta)}$

(6) 1回目から2回目のバウンドまでの時間は，斜面に垂直な方向の速度成分がe倍となるので，t_1 のe倍である。

よって求める時刻を t_2 とすると，

$$t_2 = t_1 + et_1$$

時刻 $\dfrac{2(1+e)v_0\sin(\alpha+\beta)}{g\cos\beta}$

(7) (6)と同様に考えて，

求める時刻を t_N とすると，

$$t_N = t_1 + et_1 + e^2t_1 \cdots + e^{N-1}t_1$$

$$= \frac{1-e^N}{1-e}t_1$$

時刻 $\dfrac{2(1-e^N)v_0\sin(\alpha+\beta)}{(1-e)g\cos\beta}$

問 3

(1) （医学科のみ）

自然長 $= 2r_0\sin\frac{\pi}{n}$

伸び $= 2(r_0+x)\sin\frac{\pi}{n} - 2r_0\sin\frac{\pi}{n}$

$= 2x\sin\frac{\pi}{n}$

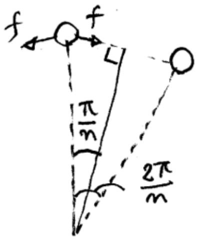
ばね定数：$k = \dfrac{k_0}{2r_0\sin\frac{\pi}{n}}$

弾性力：$f = k \times$ 伸びより

$$f = \frac{k_0}{2r_0\sin\frac{\pi}{n}} \times 2x\sin\frac{\pi}{n}$$

力 $\dfrac{k_0}{r_0}x$

(2) （医学科のみ）



復元力；$F = 2f\sin\frac{\pi}{n}$

$= 2\frac{k_0}{r_0}x \times \sin\frac{\pi}{n} = Kx$ とおく。

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M/n}} = \sqrt{\frac{2nk_0}{Mr_0}\sin\frac{\pi}{n}}$$

角振動数 $\sqrt{\dfrac{2nk_0}{Mr_0}\sin\dfrac{\pi}{n}}$

(3) （医学科のみ）

$$\omega = \sqrt{\frac{2\pi k_0}{Mr_0}\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\frac{\pi}{n}}}$$

$n \to \infty$ での ω を ω_0 とすると，

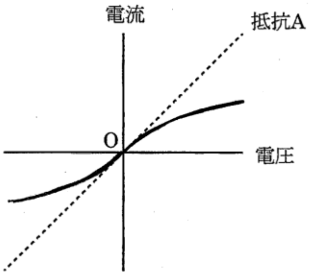
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2\pi k_0}{Mr_0}}$$

周期；$T = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$

周期 $\sqrt{\dfrac{2\pi Mr_0}{k_0}}$

2

問 1



問 2　(C)

問 3

$R = 2\ [\mathrm{m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}}]$

$\alpha = 0.1\ [\mathrm{m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-3}}]$

問 4

(1) 与えられた関係式より、

$V_0 = RI_1 + \alpha I_1^2$

$\therefore I_1 = \dfrac{-R \pm \sqrt{R^2 + 4\alpha V_0}}{2\alpha}$

$I_1 > 0$ より、答を得る。

$I_1 = \dfrac{R}{2\alpha}\left(\sqrt{1 + \dfrac{4\alpha}{R^2}V_0} - 1\right)$

(2) 1つの抵抗Bにかかる電圧は $\frac{1}{2}V_0$ であるから、

$\frac{1}{2}V_0 = RI_2 + \alpha I_2^2$

これより、(1)の式で $V_0 \to \frac{1}{2}V_0$ とおきかえれば、I_2 は得られる。

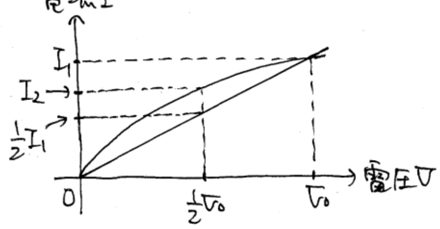
$I_2 = \dfrac{R}{2\alpha}\left(\sqrt{1 + \dfrac{2\alpha}{R^2}V_0} - 1\right)$

(3)

大小関係：$\frac{1}{2}I_1 < I_2$

理由：

抵抗BのI−Vグラフは、V>0では上に凸であるから、電圧が半分のとき電流は半分よりも大きい。

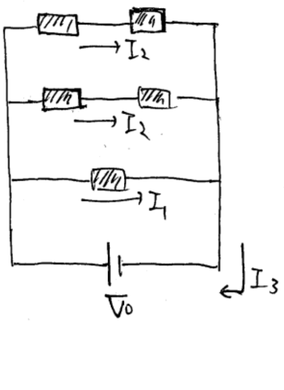


問 5

(1)

X₁：V_0　X₂：0　X₃：$\frac{1}{2}V_0$　X₄：$\frac{1}{2}V_0$

(2) X_3とX_4の電位が等しいため、その間にある1つの抵抗Bには電流が流れない。よって、回路は下図と等価。



これより、$I_3 = I_1 + 2I_2$ となる。

$I_3 = \dfrac{R}{2\alpha}\left(\sqrt{1 + \dfrac{4\alpha}{R^2}V_0} + 2\sqrt{1 + \dfrac{2\alpha}{R^2}V_0} - 3\right)$

2 問 6 (1) $I_4 + I_5 + I_6 = 0$

(2) キルヒホッフの第二法則より、

$$\begin{cases} V_0 - (RI_4 + \alpha I_4^2) + RI_5 = 0 \\ V_0 - RI_5 + R(-I_4 - I_5) = 0 \end{cases}$$

I_5を消去して、

$$\alpha I_4^2 + \frac{3}{2}R \cdot I_4 - \frac{3}{2}V_0 = 0$$

$I_4 > 0$ より、答を得る。

$I_4 = \dfrac{3R}{4\alpha}\left(\sqrt{1 + \dfrac{8\alpha}{3R^2}V_0} - 1\right)$

問 7

(1) (医学科のみ)

$\dfrac{I_7}{N} = i$ とすると、

$$\frac{V_0}{N} = Ri + \alpha i^2$$

$$\therefore i = \frac{R}{2\alpha}\left(\sqrt{1 + \frac{4\alpha}{R^2}\frac{V_0}{N}} - 1\right)$$

$I_7 = Ni$ より、答を得る。

$I_7 = \dfrac{NR}{2\alpha}\left(\sqrt{1 + \dfrac{4\alpha}{NR^2}V_0} - 1\right)$

(2) (医学科のみ)

大小関係： $I_1 < I_7$

理由： 問4(3)と同様、グラフの凹凸より判定できる。