第１問

Ⅰ(1)　反発係数の式より，

$$-1=\frac{v_1'-v_2'}{-v-v}\qquad \therefore\quad v_1'-v_2'=\underline{2v}\ \text{———}\ ①$$

(2)　運動量保存則より，　$m(-v)+Mv=mv_1'+Mv_2'$ ——— ②

①，②式より　$v_1'=\underline{\dfrac{3M-m}{M+m}v}$　，　$v_2'=\underline{\dfrac{M-3m}{M+m}v}$

M が m に比べて十分に大きいとき　$v_1'=3v$ になるので，　$\dfrac{H}{h}=\left(\dfrac{v_1'}{v}\right)^2=\underline{9}$

Ⅱ(1)　重心速度の定義より，

$$V=\frac{mv_1}{m+3m}=\underline{\frac{1}{4}v_1}$$

(2) 運動量保存則および力学的エネルギー保存則より，

$$mv_1=mu_1+3mu_2\quad,\quad \frac{1}{2}mv_1{}^2=\frac{1}{2}mu_1{}^2+\frac{1}{2}(3m)u_2{}^2\qquad \therefore\quad u_1=\underline{-\frac{1}{2}v_1}\quad,\quad u_2=\underline{\frac{1}{2}v_1}$$

(3) Ⅱ(2)の結果および重心速度は $t=0$ の前後で変わらないことから，　<u>イ</u>

Ⅲ(1)　浮き上がる瞬間に小球２に働く重力と，ゴムの復元力が釣り合うので，

$$k\Delta l=3mg\qquad \therefore\quad \Delta l=\underline{\frac{3mg}{k}}$$

(2) 力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv_1{}^2=\frac{1}{2}mw^2+\frac{1}{2}k(\Delta l)^2+mg(\Delta l)$$

Ⅲ(1)の結果を代入して解けば，　$w=\underline{\sqrt{v_1{}^2-\dfrac{15mg^2}{k}}}$　，$w>0$ より　$k_c=\underline{\dfrac{15mg^2}{v_1{}^2}}$

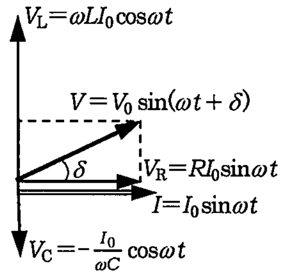
(3) 小球１，２の加速度をそれぞれ a_1，a_2 とおけば，それぞれの運動方程式は，

$$ma_1=-kx-mg\,,\qquad 3ma_2=kx-3mg$$

相対加速度 a_1-a_2 を考えると，$a_1-a_2=-\dfrac{4k}{3m}x$ より，単振動の周期 T_0 は　$T_0=\pi\sqrt{\dfrac{3m}{k}}$

Δl が無視できるので，小球１と２は自然長から外向きに単振動を開始したと考えてよい。再び自然長に戻るのは $\dfrac{1}{2}$ 周期後なので，　$T=\dfrac{1}{2}T_0=\underline{\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{3m}{k}}}$

第２問



Ⅰ(1)　抵抗の電圧は，$V_R = RI_0 \sin\omega t$

コイルの電圧は，$V_L = \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega L I_0 \cos\omega t$

コンデンサーの電圧は，$V_C = \frac{I_0}{\omega C}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t$

電源電圧の振幅は，右のベクトル図より，

$$V_0 = I_0\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \therefore\ I_0 = \underline{\frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}}\ ,\quad \tan\delta = \underline{\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}}$$

(2)　求める平均電力は，

$$\overline{P} = R\overline{I^2} = RI_0^2\,\overline{\sin^2\omega t} = \underline{\frac{RV_0^2}{2\left\{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right\}}}$$

(3)　角周波数が $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ のとき，平均電力は最大値 $P_0 = \frac{V_0^2}{2R}$ となるから，$R = \underline{\frac{V_0^2}{2P_0}}$

(4)　ω_1，ω_2は，$\omega L - \frac{1}{\omega C} = \pm R$　つまり，$\omega^2 \mp \frac{R}{L}\omega - \frac{1}{LC} = 0$ の異なる２つの正の解だから，

$$\omega_2 = \frac{1}{2}\left\{\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right\}\ ,\quad \omega_1 = \frac{1}{2}\left\{-\frac{R}{L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \frac{4}{LC}}\right\}$$

$$\therefore\ \Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{R}{L} \quad \therefore\ L = \frac{R}{\Delta\omega} = \underline{\frac{V_0^2}{2P_0\Delta\omega}}$$

Ⅱ(1)　平行な方向：$\underline{0 = qE\cos\delta - kv}$，垂直な方向：$\underline{0 = qE\sin\delta + qvB - mv\omega}$

(2)　上の２式より，$(qE)^2 = \left\{k^2 + (m\omega - qB)^2\right\}v^2 \quad \therefore\ v = \underline{\frac{qE}{\sqrt{k^2 + (m\omega - qB)^2}}}$，$\tan\delta = \underline{\frac{m\omega - qB}{k}}$

(3)　求める仕事率は，$P = qE\cos\delta \cdot v = kv^2 = \underline{\frac{kq^2E^2}{k^2 + (m\omega - qB)^2}}$

(4)　角周波数が $\omega = \frac{qB}{m} = \omega_0$　…①　のとき，仕事率は最大値 $P_0 = \frac{q^2E^2}{k}$　…②　となり，

ω_1，ω_2は，$m\omega - qB = \pm k$　の異なる２つの解だから，$\Delta\omega = \frac{2k}{m}$　…③

①，②，③より，$m = \underline{\frac{P_0B^2\Delta\omega}{2E^2\omega_0^2}}$

第３問

I (1) 波の速さの式より，求める振動数を f として，

$$V=f\cdot\frac{d}{2}\qquad \therefore f=\underline{\frac{2V}{d}}$$

領域Bでの波の速さの式より，求める波長を λ_B として，

$$\frac{V}{2}=f\lambda_B\qquad \therefore \lambda_B=\underline{\frac{d}{4}}$$

(2) $v=g^a h^b$ の両辺の次元はそれぞれ

$$[v]=[\mathrm{ms^{-1}}],\quad [g^a h^b]=[(\mathrm{ms^{-2}})^a\mathrm{m}^b]=[\mathrm{m}^{a+b}\mathrm{s}^{-2a}]$$

両辺の次元を比較して，

$$a=\underline{\frac{1}{2}},\quad b=\underline{\frac{1}{2}}$$

$h\propto v^2$ より，領域Aの水深は領域Bの水深の $\underline{4}$ 倍。

(3) 境界面に対する点Pの鏡映点をP′とすると，

$$\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}=\overline{\mathrm{P'R}}=\underline{\sqrt{x^2+(y+d)^2}}$$

(4) 座標$(x\,,d)$の点で弱め合う条件は，

$$\underline{\sqrt{x^2+4d^2}-|x|=\left(n-\frac{1}{2}\right)\frac{d}{2}}$$

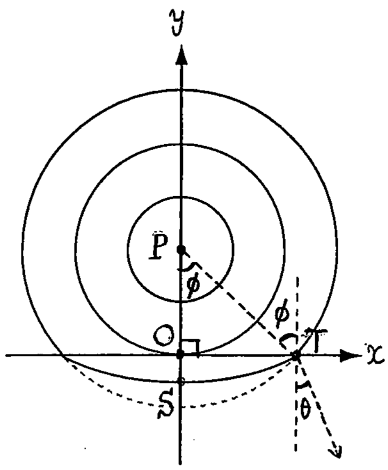
節線と y 軸（$y>0$）との交点は，$y=\frac{1}{8}d$，$\frac{3}{8}d$，$\frac{5}{8}d$，$\frac{7}{8}d$ の４個なので，節線と $y=d$ の交点の個数は，その２倍の $\underline{8}$ 個となる。

(5) $\overline{\mathrm{OS}}=\lambda_B=\frac{d}{4}$ より，S$\underline{\left(0\,,-\frac{d}{4}\right)}$

$\overline{\mathrm{PT}}=3\times\frac{d}{2}=\frac{3}{2}d$　$\overline{\mathrm{OT}}=\sqrt{\overline{\mathrm{PT}}^2-\overline{\mathrm{OP}}^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}d$　より，T$\underline{\left(\frac{\sqrt{5}}{2}d,\ 0\right)}$

点Tにおける入射角を ϕ とすると，屈折の法則より，

$$\frac{\sin\phi}{V}=\frac{\sin\theta}{V/2}\qquad \therefore \sin\theta=\frac{1}{2}\sin\phi=\frac{1}{2}\frac{\overline{\mathrm{OT}}}{\overline{\mathrm{PT}}}=\underline{\frac{\sqrt{5}}{6}}$$



II (1) 点Oで受ける波の振動数を f_O とすると，

$$f_O=\frac{V}{V+u}f=\frac{V}{V+u}\cdot\frac{2V}{d}$$

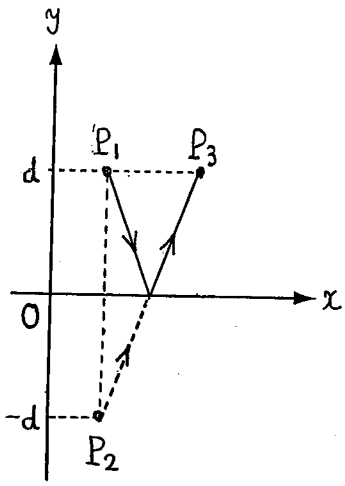
波源の位置で観測される波の振動数をf_rとすると,

$$f_r=\frac{V-u}{V}f_0=\underline{\frac{V-u}{V+u}\cdot\frac{2V}{d}}$$

領域の境界で振動数は変化しないので, 領域Bで動く点で観測される波の振動数をf_Bとすると,

$$f_B=\frac{V/2-w}{V/2}f_0=\underline{\frac{V-2w}{V+u}\cdot\frac{2V}{d}}$$

(2) 波源から波が出た位置をP_1, その境界面に対する鏡映点をP_2, その波を受けた位置をP_3とする。求める時間をtとすると,



$$\overline{P_2P_3}^2=\overline{P_1P_3}^2+\overline{P_1P_2}^2$$

$$(Vt)^2=(ut)^2+(2d)^2 \quad \therefore t=\underline{\frac{2d}{\sqrt{V^2-u^2}}}$$

(3) 波が弱め合う条件は, (2)の時間tを用いて,

$$t=\left(m-\frac{1}{2}\right)\frac{1}{f}=\frac{2m-1}{4V}d \qquad \therefore \underline{\frac{8V}{\sqrt{V^2-u^2}}=2m-1}$$

$0<u<\dfrac{V}{2}$より, 上の式を満たすのは$m=5$ のみであり, このとき, $u=\underline{\dfrac{\sqrt{17}}{9}V}$